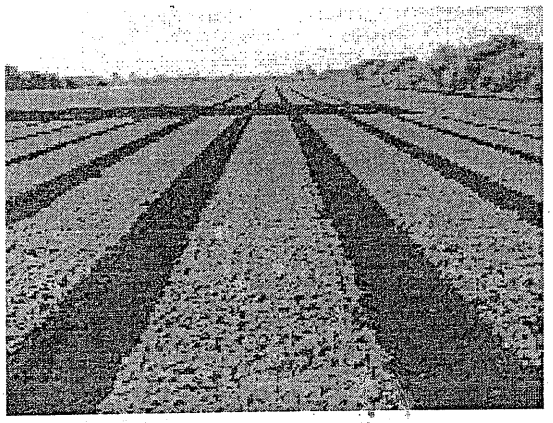
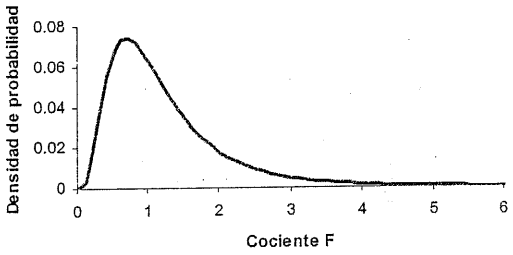
Cátedra de Métodos Cuantitativos Aplicados



$$y_{ik} = \mu + \rho_k + \tau_i + \varepsilon_{ik}$$



Modelos Estadísticos

Para las carreras de Agronomía, Ciencias Ambientales y Gestión de Agroalimentos

Facultad de Agronomía - UBA

Guía de Trabajos Prácticos 2008

Cartelera del curso en internet: www.agro.uba.ar/users/secmca

Cátedra de Métodos Cuantitativos Aplicados

Equipo docente de la cátedra

Ing. Agr. Susana B. Perelman (Profesora Asociada- Coordinadora de la cátedra)
Ing. Agr. Norberto J. Bartoloni (Profesor Asociado)
Lic. Mirta González (Profesora Asociada)
Ing. Agr. M. Virginia López (Profesora Adjunta)
Ing. Agr. William B. Batista (Profesor Adjunto)
Lic. Olga S. Filippini (Profesora Adjunta)
Lic. Víctor Brescia (Profesor Adjunto)
Lic. María C. Fabrizio (Profesora Adjunta)
Ing. Agr. Teresa Boca (Jefe de TP)
Ing. Diana Giorgini (Jefe de TP)
Ing. Agr. Gustavo A. Sznaider (Jefe de TP)
Dr. Karina Hodara (Jefe de TP)
Dr. Roxana Aragón (Jefe de TP)
Dr. Pablo A. Cipriotti (Jefe de TP)
Ing. Agr. Laura Puhl (Jefe de TP)
Ing. Agr. Luis Frank (Jefe de TP)
Ing. Agr. Lucas Garibaldi (Ayud. 1era)
Ing. Agr. Gonzalo Grigera (Ayud. 1era)
Lic. Fernando Biganzoli (Ayud. 1era)
Ing. Agr. Pedro Tognetti (Ayud. 1era)
Lic. Alexis Cerezo (Ayud. 1era)
Lic. Marcos Texeira (Ayud 1era)
Ing. Agr. Cecilia Conde (Ayud. 1era)
Sebastián Giedzinski (Ayudante alumno)
Erika Hirschowitz (Ayudante alumna)
Ileana Boyle (Ayudante Alumna)
Facundo Gallo (Ayudante alumno)

Pabellón Wernicke (Ver plano en http://www.agro.uba.ar/fauba/ubicacion/plano.htm)
Teléfono: 4524-8077 **Secretaria:** Ana Inés Garaño e-mail: garano@agro.uba.ar

Carreras de Agronomía, Ciencias Ambientales y Gestión de Agroalimentos.

Estadística general (cuatrimestral, 5 hs. semanales, se dicta en ambos cuatrimestres)
Modelos Estadísticos (bimestral, 6hs. semanales, se dicta en 1er y 3er bimestres)

Licenciatura en Economía y Administración Agrarias

Estadística I (cuatrimestral, 6horas semanales, 2° cuatrimestre)
Econometría (cuatrimestral, 4horas semanales, 1er cuatrimestre)
Estadística para Administradores (cuatrimestral, 3horas semanales, 1er cuatrimestre)

Licenciatura en Ciencias Ambientales

Introducción a la programación para CsAmb (bimestral, 5 horas semanales, 1er bimestre)

Carrera técnica en Floricultura

Estadística (bimestral, 2 horas semanales, 2° bimestre)

Cursos de intensificación y especialización

Estadística aplicada a la protección vegetal
Colección e Interpretación de datos

Cursos de Maestría y Doctorado en la EPG- FAUBA

Estadística Aplicada - Maestría en Agronegocios
Estadística Aplicada a la Investigación Biológica - Maestría en Biometría y Mejoramiento
Análisis Multivariado Descriptivo en Investigaciones Biológicas y Sociales- Maestría en Biometría y Mejoramiento
Teoría Estadística - Maestría en Biometría y Mejoramiento
Análisis de la Heterogeneidad de la Vegetación - Maestría en Recursos Naturales
Análisis de Datos Categóricos- Maestría en Biometría y Mejoramiento
Ecología de Poblaciones Vegetales- Maestría en Recursos Naturales

Modelos Estadísticos

Cátedra de Métodos Cuantitativos Aplicados

Duración de la materia: 8 semanas (Bimestral)
Carga horaria: 6 horas por semana: Teórico (3 horas) y Práctico (3 horas).
Asistencia: 75 % de asistencia a las clases para conservar la regularidad.

La materia tiene un **régimen de aprobación promocional**.
La evaluación es por medio de 2 (dos) exámenes parciales, 1 (un) trabajo domiciliario y trabajos adicionales que incluyen la entrega de ejercicios resueltos en cada clase práctica y resolución de ejercicios en la clase de TP.
La calificación máxima del primer parcial es de **20** (veinte) puntos y la del segundo examen integrador es de **60** (sesenta) puntos.
El Trabajo domiciliario tiene como calificación máxima **10** (diez) puntos y carácter de obligatorio para promocionar la materia.
Los trabajos adicionales (entrega de ejercicios resueltos y/o problemas realizados en clase) califican con un total máximo de **10** (diez) puntos.
- Los alumnos que en su evaluación general acumulen **70** (setenta) o más puntos, aprueben el trabajo domiciliario y cumplan con la asistencia obligatoria, promocionarán la materia,
- aquellos que acumulen entre **40** (cuarenta) y 69 (sesenta y nueve) puntos y cumplan con la asistencia obligatoria alcanzarán la regularidad y
- quienes acumulen menos de 40 puntos y/o no cumplan con la asistencia, quedarán en condición de libres.

Modalidad de los parciales

Los parciales serán a libro cerrado.
Los estudiantes pueden tener como ayuda-memoria durante el examen un resumen manuscrito confeccionado por ellos mismos (no se aceptarán fotocopias), que debe ser entregado junto con el parcial (se admite un resumen de 1 carilla para el primer parcial y de 2 para el segundo).

IMPORTANTE

En este curso, cualquier forma de engaño o plagio, ya sea que esta tenga lugar durante los exámenes o en la preparación de trabajos domiciliarios, será considerada una **falta de ética grave** y resultará en una penalización severa para todos los estudiantes involucrados. La presentación de informes idénticos (o excesivamente similares) y la utilización del trabajo de otros en los textos sin citarlos se considera plagio y, cuando sea detectado en trabajos domiciliarios obligatorios para alcanzar la promoción, los estudiantes involucrados perderán la posibilidad de promocionar la materia. La copia durante un examen implicará **calificación cero** en esa evaluación para todos los involucrados. Las actitudes solidarias y la colaboración entre estudiantes, que son fuertemente promovidas por la cátedra, excluyen explícitamente facilitar a otros el acceso al propio trabajo durante las instancias de evaluación.

Trabajos prácticos domiciliarios

Requisitos mínimos para que el trabajo sea aceptado:

1. El TP deberá contener los datos de los estudiantes y del curso al que asisten (apellidos, nombres, turno al que asisten y nombre del docente).

2. El TP será entregado en el lugar, horario y fecha límite establecida por el docente, sin excepciones. La entrega se hará en hojas impresas (no se aceptarán disquetes ni envío de archivos electrónicos).

3. El TP debe contener:

   - **Enunciado del problema.** Identificación de la problemática en cuestión, la/ s variable/ s y las hipótesis de interés.

   - **Resultados:** Tablas y gráficos brevemente comentados.

   - **Conclusión:** Se presentarán las interpretaciones de los resultados en términos del problema.

CRONOGRAMA PRIMER BIMESTRE 2008

Semana 1 (3 al 7 de Marzo)
Teórico 1: Introducción a los modelos estadísticos y el diseño de experimentos.
Práctico 1: Visita al campo experimental. Diseño de experimentos. Tratamientos, variable respuesta, unidades experimentales, repeticiones, control de la heterogeneidad en el material experimental.

Semana 2 (10 al 14 de Marzo)
Teórico 2: El análisis de varianza. Modelo lineal aditivo. Las pruebas de hipótesis. Comparaciones múltiples.
Práctico 2: Análisis de varianza de una vía. El modelo lineal y sus parámetros. Pruebas de hipótesis. Comparaciones múltiples

Semana 3 (17 al 21 de Marzo) SEMANA SANTA
Teórico y Práctico 3: El control de la heterogeneidad. Modelos asociados a los diseños completamente aleatorizado y en bloques completos aleatorizados. Análisis de varianza y pruebas de hipótesis.

Semana 4 (24 al 28 de Marzo)
Teórico 4: Violación de los supuestos del análisis de varianza: diagnóstico y alternativas para el análisis de los datos. Número de repeticiones. Integración y repaso DCA y DBCA.
Práctico 4: **Primer parcial (1/2 clase) y TP en el centro de cómputos (1/2 clase).** Entrega de consigna para el TP domiciliario.

Semana 5 (31 de Marzo al 4 de Abril)
Teórico y Práctico 5: Experimentos factoriales. Partición de la variabilidad atribuida a los tratamientos. Interacción entre factores. Modelo, supuestos y análisis. Interpretación de los resultados. Introducción a los Modelos Mixtos.

Semana 6 (7 al 11 de Abril) Entrega de TP domiciliario antes de la clase.
Teórico y Práctico 6: Análisis de Regresión Múltiple. Interpretación del Modelo. Estimación de los parámetros. Análisis de Varianza de la regresión. Pruebas de Hipótesis. Multicolinealidad.

Semana 7 (14 al 18 de Abril)
Teórico 7: Análisis de Regresión Múltiple. Evaluación del Modelo. Regresión polinómica. Regresión con variables categóricas. Introducción al análisis de Covarianza.
Práctico 7: TP en el centro de cómputos. Análisis de Regresión Múltiple.

Semana 8 (21 al 25 de Abril)
Teórico 8: Integración y Repaso.
Práctico 8: Examen integrador.

DISEÑO DE EXPERIMENTOS

1.- Usted ha sido contratado por una empresa de agroquímicos para que estudie cuál de las tres formulaciones químicas de un fungicida (a las que denominaremos F1, F2 y F3), es más eficaz en el control de la "roya asiática" en cultivos de soja en el noreste argentino. El terreno experimental que tiene la empresa en la zona presenta considerable homogeneidad en fertilidad, topografía e historia de uso.

a) ¿Cuál es el objetivo del trabajo para el cual ha sido contratado?

b) ¿Cuáles son los tratamientos que usted probaría? (Tenga en cuenta que en la zona no se sabe si el fungicida puede ser realmente efectivo). ¿Qué variables respuesta registraría? Fundamente su elección.

c) Plantee un ensayo para cumplir con dicho objetivo. Identifique el diseño.

d) ¿En función de qué información decidiría el número de repeticiones del experimento?

e) Dibuje un plano de campo con una posible asignación de las formulaciones de fungicida (suponga cinco repeticiones).

f) Evidentemente, sería más sencillo dividir el lote en cuatro grandes franjas y aplicar un tratamiento en cada una de ellas. Argumente para convencer al director del campo experimental de la empresa de la necesidad de conducir el experimento con repeticiones independientes. (Ayuda: ¿qué información se perdería con el ensayo simple de las 4 franjas?, ¿cuál es la necesidad de contar con esa información?)

2.- En una comunidad campesina de Santiago del Estero, se desea estudiar el efecto de un balanceado proteico sobre la tasa de reproducción de las cabras (nºhijos/cabra x año). El balanceado proteico se formularía a partir de hojas y frutos de árboles del monte santiagueño. A cargo del ensayo se encuentran dos ingenieros agrónomos, uno especialista en nutrición animal y otro especialista en extensión para la zona. El nutricionista, argumenta que solo se deberían tomar animales de edades con diferencias menores al año (es decir entre 2 y 3 años, o entre 3 y 4 años, etc.) para disminuir la variabilidad. Sin embargo, el extensionista no está de acuerdo, porque argumenta que si toman rangos de edades acotados, los resultados del ensayo solo serán aplicables para cabras de esos rangos de edades.

a) ¿Cuál es la unidad experimental y la unidad observacional bajo análisis?
b) Fundamente estadísticamente los argumentos del nutricionista y del extensionista.
c) Al parecer la discusión entre ambos sigue y no se pondrán de acuerdo, encuentre un diseño que pueda satisfacer a los dos ingenieros.
d) ¿En qué tipo de experimento están pensando ambos ingenieros: manipulativo o mensurativo? Justifique su respuesta

3.- El maíz (*Zea mays*) es una especie originaria de América que, a través de siglos de trabajo, los pueblos indígenas domesticaron creando muchas variedades adaptadas a los distintos lugares donde estos habitaban (variedades locales o *landraces*). Actualmente, estas variedades tienen un altísimo valor, ya sea porque son fuente de variabilidad genética usada en los programas de mejoramiento genético, como por sustentar en parte la economía familiar de los descendientes de estos pueblos.

Suponga que se ofrece una pasantía rentada en una estación experimental del INTA de la región del NOA, bajo el marco del proyecto "Generación de prácticas de manejo sustentables para el desarrollo de economías regionales". El objetivo específico de su pasantía será estudiar como varía el rendimiento de dos variedades locales de maíz en función de la densidad de siembra:

a) Proponga un ensayo experimental para cumplir con el objetivo del estudio. Diagrame el experimento, identifique el diseño elegido, los tratamientos, la variable respuesta y las unidades experimentales.
b) Comente los pasos a realizar para garantizar que se cumplan los principios del diseño de experimentos.
c) ¿Qué información requeriría para determinar el número de repeticiones necesarias por tratamiento? ¿Cuál es la ventaja o desventaja de tener más o menos repeticiones?
d) Plantee la/las hipótesis de trabajo correspondientes. En función de lo previsto, ¿bajo qué diseño experimental analizaría sus resultados?
e) Realice dos gráficos de posibles resultados del experimento, en los que se representen los promedios de los tratamientos con alguna medida de desviación, de manera que un gráfico corresponda a un experimento en el que se rechaza la hipótesis nula planteada y el otro gráfico corresponda a un experimento que no aporta suficiente evidencia para rechazar la hipótesis.
f) ¿Qué beneficio considera aportará su experimento a los productores de la zona en cuanto al diseño de prácticas agronómicas? ¿Cuán extrapolables son los resultados obtenidos?

Se conoce que la relación entre el rendimiento y la densidad varía en función de las precipitaciones de la zona, o sea la densidad óptima depende de la disponibilidad hídrica (a mayores precipitaciones la densidad con la que se obtiene el máximo rendimiento es mayor). También se sabe que la región sufre en forma periódica años secos y años húmedos.

g) Si su ensayo es de solo un año ¿Piensa que sus resultados serán aplicables por igual a cualquier año en particular? ¿Por qué?

h) Proponga un experimento para que sus datos sean aplicables en años secos y húmedos. (Suponga que solo tiene un año de plazo para terminar su trabajo). Identifique los aspectos del ítem **a** en el nuevo experimento propuesto.

4.- Responda verdadero o falso. Justifique su respuesta.

- La aleatorización es imprescindible en cualquier experimento ya que garantiza la independencia entre las unidades experimentales. V

- A medida que aumentamos el número de repeticiones no disminuimos la variabilidad sino que la estimamos mejor. V

- En caso de no cumplirse la independencia entre las unidades experimentales, no hay mayores inconvenientes, ya que no afecta las conclusiones del ensayo ni los análisis realizados. F

- El número de repeticiones depende principalmente de la variabilidad de la población y de la precisión que deseo. V

- Las observaciones a campo de patrones o procesos naturales son considerados experimentos manipulativos. F

- Uno de los rasgos más comunes de los fenómenos biológicos consiste en que sus manifestaciones no se repiten exactamente, es decir presentan información incompleta. V

5.- Se desea estudiar el efecto de distintos momentos de aplicación de urea (fertilizante nitrogenado), sobre el % de proteína en granos de trigo de dos cultivares que denominaremos AA y BB. El experimento se llevará a cabo en cuatro lotes colindantes que tuvieron diferentes cultivos antecesores. Si bien los diferentes cultivos pudieron dejar distinto nivel de fertilidad en los suelos, en este experimento no se desea evaluar el efecto del cultivo antecesor sobre la respuesta bajo estudio, sino simplemente evitar que ese posible efecto se confunda con el de los tratamientos. Los momentos de fertilización a evaluar son: ninguno (N), a la siembra (S), durante el macollaje del cultivo (M) y en la espigazón (E).

a) Proponga una posible hipótesis de trabajo (agronómica). Deduzca lógicamente una predicción derivada de esta hipótesis.

b) Proponga un modelo y explique el significado de cada uno de sus componentes en términos del problema.

c) Proponga un diseño para este experimento indicando variable respuesta, factores, niveles, tratamientos, repeticiones y unidades experimentales.

d) Dibuje un posible plano de campo para el experimento y disponga los tratamientos sobre las unidades experimentales.

e) Dibuje un posible resultado del ensayo, para cada una de las variedades de trigo en un mismo gráfico, ubicando en el eje de la abscisas los momentos de fertilización y en el eje de las ordenadas la variable respuesta.

6.- Realice un gráfico que refleje aproximadamente el comportamiento hipotético de la media, el desvío estándar, el error estándar y la amplitud del intervalo de confianza para la media a medida que aumenta el número de repeticiones.

7.- En una actividad innovadora de cría de ñandúes, se desea estimar el peso promedio individual (kg./animal) en distintos momentos. Para ello se toman 10 ñandúes al azar y se los pesa a los 10, 50 y 100 días después de nacidos. ¿Considera que la información obtenida en las distintas fechas es independiente? Si su respuesta es no, plantee las correcciones necesarias para satisfacer la independencia (suponga una población de 500 ñandúes).

8.- Mencione como desde el punto de vista del diseño de un ensayo experimental puede:

- reducir las fuentes del error experimental.
- modelar las variables que contribuyen a aumentar la variabilidad de los resultados, y que no son interés de la investigación.
- obtener una mejor estimación del error experimental.
- ampliar la población de referencia.

9.- Usted recibe los resultados de una medición del número de colonias fúngicas en puré de tomates, donde se utilizaron tres conservantes distintos y dos sistemas de procesamiento del puré. Cuenta con 6 datos en total.

a) Indique las fuentes de variación planificadas en el ensayo (recuerde que es posible que exista interacción entre el conservante y el sistema de procesado).
b) Mencione posibles fuentes de variación no planificadas por el experimentador.
c) ¿Es posible probar alguna hipótesis?

10.- Se deseaba investigar la capacidad de enraizamiento de estacas de *Eucalyptus dummi* en tres sustratos distintos. Con dicho objetivo se dispusieron cajones a los que se les asignó al azar uno de los tipos de sustrato (4 cajones por sustrato). Se evaluó el número de estacas enraizadas al final del ensayo.

a) Escriba el modelo que sugiere para el análisis, definiendo cada término de acuerdo al problema. ¿Por qué propone este modelo en este caso?
b) ¿Cuáles son las fuentes de variación? ¿Cuál es la unidad experimental y la unidad observacional bajo análisis?
c) Realice un diagrama de la aleatorización de los sustratos en los cajones.

d) Suponga que los cajones tienen distinta capacidad (volumen) y que este factor no fue tenido en cuenta en el ensayo, ¿cómo piensa que podrían verse afectados los resultados? ¿Cómo debería resolver este problema estadísticamente de conocerse a priori?

e) ¿Qué tipo de variable es la variable dependiente o respuesta: cualitativa, cuantitativa discreta o cuantitativa continua?

11.- ¿Por qué es necesario realizar análisis estadísticos para resolver problemas agropecuarios?

12.- Una con flechas los elementos entre columnas:

Nombre	**Fuentes de variación**	**Tipo de variación**
Bloques y covariables	*Debida a condiciones no controladas*	*Planificada y sistemática*
Error experimental	*Debida a condiciones de interés*	*Planificada y sistemática*
Tratamientos	*Debida al resto de condiciones controladas*	*No planificada*

ANÁLISIS DE LA VARIANZA Y MODELO LINEAL

1.- Para el siguiente conjunto ficticio de datos, calcule la media de los tratamientos y la media general, luego calcule el aporte de cada observación a la suma de cuadrados total (cuadrado de los desvíos respecto de la media general), a la suma de cuadrados de tratamientos (cuadrado de los desvíos de las medias de tratamientos con respecto a la media general) y a la suma de cuadrados del error (cuadrado de los desvíos respecto a la media de tratamientos) finalmente construya la tabla de análisis de la varianza y pruebe la hipótesis de diferencia entre medias poblacionales de los tratamientos ($\alpha = 0,05$): Tratamiento A: 1, 2, 3. Tratamiento B: 5, 6, 7.

2.- Complete la tabla de Análisis de Varianza que figura a continuación y señale cuál de las siguientes afirmaciones es correcta. Justifique su elección. $t = 3$

Fuente de Variación	G.L	S.C.	C.M.	F
Tratamientos	2	100	50	2
Error	27	675	25	
Total	29	775		

a) Hay diferencias significativas entre las medias de los tratamientos.
b) No hay diferencias significativas entre las medias de los tratamientos F. Es afirmación
c) Falta información para completar la tabla.
d) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

3.- Calcule para los siguientes 3 grupos numéricos SC_1, SC_2, SC_3, SC_{trat}, SC_{error}, SC_{total}

Grupo I = 3, 2, 2, 5 $\quad$ $Suma_1 = 12$
Grupo II = 2, 4, 4, 6 $\quad$ $Suma_2 = 16$
Grupo III = 2, 1, 1, 4 $\quad$ $Suma_3 = 8$

a) Compruebe la solución mediante la identidad $SC_{trat} + SC_{error} = SC_{total}$
b) Realice un diagrama de tortas que muestre la partición porcentual de la variabilidad total en las distintas fuentes de variación.
c) Repita el procedimiento llevado a cabo en a) y b) para los siguientes 3 grupos numéricos

Grupo IV = 3, 3, 2, 2 $\quad$ $Suma_1 = 10$
Grupo V = 4, 4, 5, 3 $\quad$ $Suma_2 = 16$
Grupo VI = 5, 6, 4, 5 $\quad$ $Suma_3 = 20$

d) Interprete las diferencias observadas entre grupos en el primer caso (I, II, III) comparándolas con las del segundo (IV, V, VI).

4.- Responda Verdadero o Falso. Justifique su respuesta:

a) Si el ensayo no demuestra diferencias significativas, el investigador no puede concluir que las poblaciones son idénticas. V

b) El ANOVA es la herramienta básica tanto para el análisis de los modelos estadísticos de variables explicativas nominales como los de variables explicativas cuantitativas, porque permite descomponer la variabilidad de los datos en componentes independientes que pueden asignarse a diferentes causas. V

c) Bajo la hipótesis nula: $Ho = \mu_1 = \mu_2 = \cdots \mu_t$,los valores de $\tau_i = \mu_i - \mu$, serán cero y el valor del estadístico F será cercano a 1. V

d) Cuanto mayor sea la diferencia entre las medias de los tratamientos, mayor será el valor del estadístico y más lejos estaremos de la hipótesis nula.

5.- En un ambiente semiárido próximo a Bahía Blanca, un ingeniero agrónomo estudió el efecto de distintos momentos de aplicación de urea (fertilizante nitrogenado), sobre algunas variables de calidad del grano de cebada cervecera. En la tabla siguiente se presentan los datos de % de proteína en grano observados en parcelas testigo sin fertilizar (T), y fertilizadas con urea al momento de la siembra (S), durante el macollaje del cultivo (M) y en la espigazón (E).

Repetición	*T*	*S*	*M*	*E*
1	9.6	9.5	10.9	12.3
2	8.9	11.1	12.1	11.7
3	8.3	10.3	10.9	12.5
4	9.1	9.2	11.8	12.6
5	11.2	8.7	12.5	10.8

SCtotal = 37.94 CMerror = 0.80

a) Identifique tratamientos y variable respuesta en este problema. Explique brevemente cuál será la hipótesis del investigador que diseñó el experimento.

b) ¿Cuántas unidades experimentales hay en este ensayo? 20

c) Indique los pasos que debió seguir el ingeniero agrónomo para garantizar la independencia entre las observaciones. Homogeneidad, Aleatorización tomar las muestras de cada una de las parcelas

d) Asuma que el material experimental es homogéneo y escriba el modelo estadístico para este estudio, explique sus componentes y establezca los supuestos necesarios para el análisis de variancia. $Y_{ik} = M + \tau_i + \varepsilon_{ik}$

e) Construya una tabla de ANOVA que permita poner a prueba si existen diferencias significativas entre las medias de los tratamientos. Escriba las hipótesis estadísticas asociadas y las conclusiones que pueda extraer. Indique cuál es la probabilidad de error asociada a su conclusión.

6.- Se disponía de 20 parcelas homogéneas para estudiar las diferencias de rendimiento entre 4 cultivares de trigo. Llevada a cabo la experiencia, en la siguiente tabla se dan los rendimientos expresados en kg/parcela.

A	*B*	*C*	*D*
35	33	30	29
34	35	34	26
35	37	38	26
33	34	32	31
38	35	32	30
$\bar{y}$ 35	34,8	33,2	28,4

$t = 4$
$r = 20$
$\bar{y}_{..} = 32,85$

a) ¿Cuál es la variable respuesta? Grafique los datos obtenidos. Kg/parcela
b) ¿Cuales son los tratamientos? A, B, C, D
c) ¿Cómo piensa que fueron asignados los tratamientos a las unidades experimentales? Azar
d) Plantee un modelo que explique las diferencias observadas en el rendimiento entre parcelas y defina sus componentes en términos del problema. Identifique los parámetros y variables aleatorias.
e) Estime los efectos de los tratamientos. Interprete. $\hat{\tau}_1, \hat{\tau}_2, \hat{\tau}_3, \hat{\tau}_4$
f) Interprete la tabla de Análisis de la varianza y verifique si las diferencias entre los tratamientos son significativas. Interprete el valor *p* en términos del problema. Hay diferencia
g) Calcule la variancia amalgamada de los 4 tratamientos y compárela con el cuadrado medio del error.

e) $\hat{\tau}_1 = \bar{y}_{1.} - \bar{y}_{..} = 2,15$
$\hat{\tau}_2 = 1,95$
$\hat{\tau}_3 = 0,35$
$\hat{\tau}_4 = -4,45$
La suma debe ser 0 ó cercana a 0

Tabla de Análisis de la Varianza

F.V.	SC	Gl	CM	F	p-valor
VAR	141,75	3	47,25	9,36	0,0008
Error	80,80	16	5,05		
Total	222,55	19			

Test:Tukey Alfa:=0,05 DMS:=4,06618

Error: 5,0500 gl: 16

VAR	Medias	n		
4	28,40	5	A	
3	33,20	5		B
2	34,80	5		B
1	35,00	5		B

$SC_4 = (29-28,4)^2 + (26-28,4)^2 2 + (31-28,4)^2 + (30-28,4)^2 = 21,2$
$SC_3 = (30-33,2)^2 + (34-33,2)^2 + (36-33,2)^2 + (32-33,2)^2 2 = 36,8$
$SC_2 = 8,8$
$SC_1 = 14$

Letras distintas indican diferencias significativas (p<= 0,05)

7.- En las cercanías del pueblo Aconquija (Catamarca) la explotación del ganado es una fuente de alimento importante para las comunidades campesinas que allí habitan. En esta región la vegetación está caracterizada por una matriz de arbustos y pastizales. Por ello, se deseaba evaluar tres prácticas de manejo para aumentar la biomasa de pastos, principal alimento del ganado:

a) quema

b) remoción de arbustos
c) control

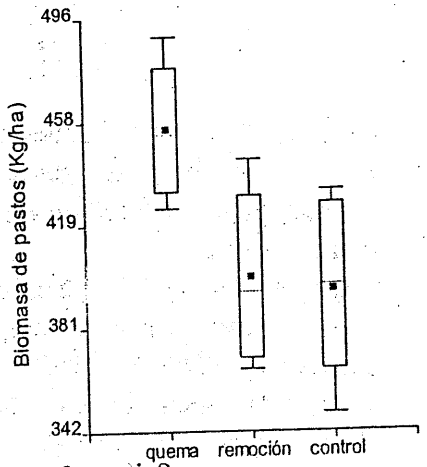
Estos tratamientos se aplicaron a parcelas de 0,25Ha. Un mes después de aplicado el tratamiento, en cada parcela se seleccionaron cuatro subparcelas de $1m^2$, en donde se cortó el pasto al ras del suelo y posteriormente se pesó expresándose la información del siguiente modo:

Análisis de la varianza

Variable	N	R^2	R^2 Aj	CV
Biomasa pastos	18	0,47	0,40	7,57

Cuadro de Análisis de la Varianza (SC tipo III)

F.V.	SC	gl	CM	F	p-valor
Manejo	13444,11	2	6722,06	6,78	0,0080
Error	14877,67	15	991,84		
Total	28321,78	17			

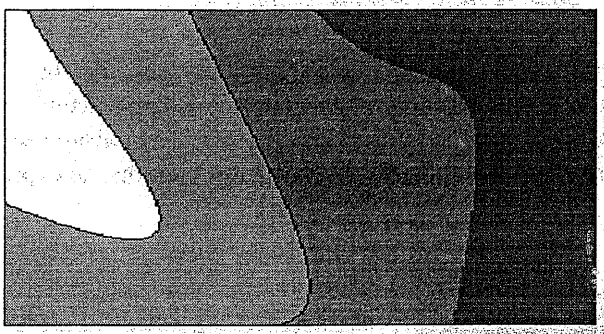


a) ¿Cuál es la unidad experimental y cuál es la población de referencia?
b) ¿Cómo fue obtenida la biomasa de pastos por hectárea? Plantee un ejemplo.
c) ¿Cuántas repeticiones presentaba cada tratamiento? 6
d) Interprete la figura presentada en términos del problema.
e) ¿Qué hipótesis de trabajo se habrán planteado los campesinos?
f) ¿Cómo cree fueron seleccionadas las subparcelas dentro de las parcelas? Justifique. Al Azar, por ser muestras.
g) El efecto del fuego sobre la biomasa de pastos, ¿se debe a la eliminación de los arbustos?
h) Recomiende una práctica de manejo. Justifique su respuesta.
i) Plantee un experimento para evaluar la sustentabilidad a largo plazo de cada una de estas tres prácticas. Identifique: población de referencia, unidad experimental, tratamientos, modelo, diseño, resultados esperados.
j) Si las 18 parcelas se hubieran distribuido de a tríos en seis localidades en vez de una (Aconquija), y en cada una de estas localidades se hubieran distribuido al azar los tres tratamientos. ¿Cómo cambiaría la población de referencia, la unidad experimental, el diseño, el modelo y el análisis?

EL CONTROL DE LA HETEROGENEIDAD

DISEÑOS COMPLETAMENTE ALEATORIZADO (DCA) Y EN BLOQUES COMPLETOS ALEATORIZADOS (DBCA)

1.- Un ingeniero agrónomo debía decidir cuál entre cinco herbicidas para el cultivo de maíz (A,B,C,D,E) aconsejaría a los productores de una determinada zona, a fin de incrementar sus rendimientos. Para ello llevó a cabo el ensayo en un terreno con las siguientes características:



Cada tonalidad distinta indica zonas diferentes en altura.

Si obtiene los siguientes resultados de rendimiento, expresados en Kg./parcela:

	Herbicidas				
Zonas homogéneas	***A***	***B***	***C***	***D***	***E***
I	3.1	6.1	8.5	8.4	8.1
II	6.5	10.2	11.0	11.2	10.8
III	4.9	9.5	9.8	10.2	10.0
IV	4.5	8.8	9.5	9.6	9.2
$\bar{y}_{i\cdot}$	4,75	8,65	9,7	9,85	9,525

$\bar{y}_{\cdot k}$: 6,84 | 9,44 | 8,85 | 8,32 | 8,495

Tabla de Análisis de la Varianza

F.V.	*SC*	*gl*	*CM*	*F*	*p-valor*
Bloque	25.03	3	8.34	56.63	<0,0001
Tratamiento	73.59	4	18.40	124.87	<0,0001
Error	1.77	12	0.15		
Total	100.39	19			

a) ¿Cuál es la variable respuesta?
b) ¿Que hipótesis estadísticas probó el ingeniero agrónomo para cumplir con su objetivo?
c) Indique cuál es la unidad experimental, cuáles son los tratamientos, clasifique la variable observada. ¿La unidad observacional podría ser distinta a la unidad experimental? Explique las razones.
d) ¿Qué diseño empleó en este caso y por qué? Dibuje en el plano de campo una posible distribución de los tratamientos.
e) Plantee el modelo estadístico de acuerdo al diseño elegido, indicando los subíndices de los parámetros y el rango correspondiente.
f) ¿Cuáles son los supuestos del modelo?

g) Obtenga una estimación puntual y por intervalo de confianza de la diferencia de medias de tratamientos. Interprete.
h) Estime el efecto del 3er bloque y calcule el residual correspondiente al tercer bloque y segundo tratamiento. Interprete.
i) Pruebe la hipótesis planteada en el punto b) con un α de 0,05.
j) ¿Qué herbicida debería recomendar a los productores de la zona el ingeniero agrónomo?
k) Discuta para este ensayo cuáles son las posibles fuentes de error experimental. ¿Se le ocurre que podría haber hecho alguna otra evaluación en cada parcela antes de aplicar el herbicida? ¿Por qué puede ser conveniente?

2.- Antes de inscribir sus nuevas variedades experimentales de trigo, un semillero debe compararlas con un testigo comercial de buen comportamiento que se encuentre actualmente en el mercado y mostrar que la/s nueva/s variedad/es es/son superior/es. Para ello diseña un ensayo sobre un lote que posee un gradiente de fertilidad. Los resultados obtenidos, de rendimientos en qq/ha, se expresan en la siguiente tabla.

	Variedades de trigo				
Bloques	Testigo	Var 1	Var 2	Var 3	Var 4
I	24	30	21	28	29
II	25	27	22	24	32
III	29	27	22	28	33
IV	23	24	20	22	28

Test:Tukey Alfa:=0,05 DMS:=3,84393
Error: 2,9083 gl: 12

Tabla de Análisis de la Varianza

F.V.	SC	gl	CM	F	p-valor
Bloques	50,60	3	16,9	5,81	
Tratamientos	178,30	4	44,575		
Error	34,90	12	2,91		
Total	263,8	19			

Tratamiento	Medias	n			
Var 2	21,25	4	A		
Testigo	25,25	4		B	
Var 3	25,50	4		B	
Var 1	27,00	4		B	C
Var 4	30,50	4			C

Letras distintas indican diferencias significativas(p<=0,05)

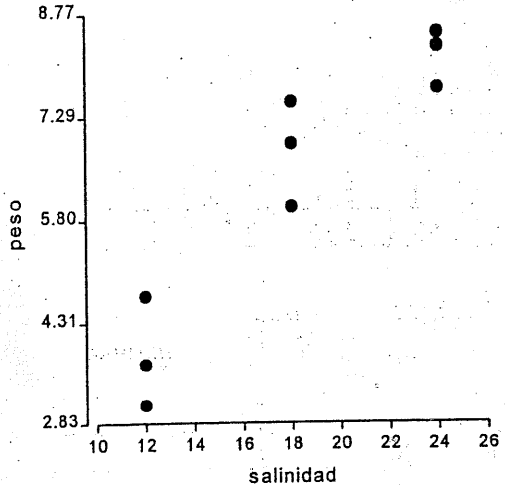
a) Proponga un modelo que explique la variación obtenida en los rendimientos, indicando los subíndices y los rangos correspondientes.
b) Complete la tabla de análisis de varianza.
c) Plantee la hipótesis nula y alternativa correspondiente. Someta a prueba las hipótesis y concluya .
d) ¿Qué consecuencias tendría para el semillero cometer un error tipo I?
e) ¿Logrará el semillero obtener los derechos comerciales de alguna variedad? De ser así, ¿de cuál?
f) El Instituto Nacional de Semillas exige como requisito para la inscripción de variedades, no solo un ensayo, sino varios en distintas localidades o en la misma localidad durante varios años (por lo menos tres), ¿Por qué piensa usted que este requisito es importante? ¿Qué factores no estamos evaluando al realizar el ensayo una sola vez?

3.- Se deseaba estudiar la influencia de la salinidad del agua sobre el engorde de camarones bajo producción en acuarios. El experimento contaba con 9 acuarios y 80 camarones en cada uno de ellos.

Al final del ensayo se pesaron todos los camarones en cada uno de los acuarios, expresándose la información del siguiente modo:

Salinidad (‰)	Peso del camarón (gr./individuo)
12	3,1 3,7 4,7
18	6,0 6,9 7,5
24	7,7 8,3 8,5

En la figura y en la tabla se presentan las observaciones de peso de los camarones bajo las tres condiciones de salinidad en cada acuario.



a) ¿Cuáles son las unidades experimentales?
b) ¿Cuáles son los tratamientos? ¿Cuántas repeticiones hay por tratamiento?
c) ¿Qué cálculos se realizaron para obtener los datos presentados en la tabla?
d) ¿Cuál es la población bajo estudio?
e) Interprete la figura en términos del problema. Ubique en la figura la estimación puntual para cada una de las 3 medias (12, 18 y 24 ‰ de salinidad).
f) Proponga un modelo que explique la variación encontrada en el peso del camarón, refiera sus componentes en términos del problema.
g) ¿Qué nivel de salinidad recomendaría? ¿Sobre qué supuestos estadísticos basa su recomendación?
h) Si subir la salinidad de 12 ‰ a 18 ‰ cuesta el doble. ¿Aplicaría este tratamiento igualmente? ¿Qué otra información tendría que analizar?
i) ¿Qué otro modelo y análisis podría haber planteado el investigador? ¿Cuáles serían sus ventajas y/o desventajas?
j) Explique las posibles causas por las que no se encontraron diferencias en el peso de camarones entre un 18 ‰ y un 24 ‰ de salinidad en el agua.

Tabla de Análisis de la Varianza

F.V.	*SC*	*gl*	*CM*	*F*	*p-valor*
Salinidad	29,44	2	14,72	31,54	
Error	2,8	6	0,47		
Total	32,24	8			

Test:Tukey Alfa:=0,05 DMS:=1,70929
Error: 0,466 gl: 6

Salinidad	*Medias*	*n*		
12 ‰	3,83	3	A	
18 ‰	6,80	3		B
24‰	8,17	3		B

Letras distintas indican diferencias significativas (p<= 0,05)

4.- Se realizó un ensayo comparativo de rendimientos con diferentes tierras de cobertura en un cultivo de champiñón (*Agaricus bisparus*). Las tierras de cobertura tienen como objetivo inducir la formación de las fructificaciones (*sombreros*). Se evaluaron 5 tipos de coberturas:

- a) 10% tosca + 90% de turba tipo I
- b) 10% tosca + 90% de turba tipo II
- c) 50% de tierra colorada (arcillosa) + 50% de tierra negra (humifera)
- d) 30% de tosca + 25% de tierra negra + 45% de lombricompuesto
- e) Mezcla utilizada en una championera comercial.

Los rendimientos logrados fueron los siguientes (expresados en kg. de champiñón pie cortado sin lavar):

A	*B*	*C*	*D*	*E*
2,30	2,80	2,40	2,60	2,32
2,08	2,75	2,05	2,75	2,30
2,12	2,78	2,50	2,92	2,40
2,15	2,60	2,30	2,86	2,25
2,18	2,60	2,35	2,55	2,15

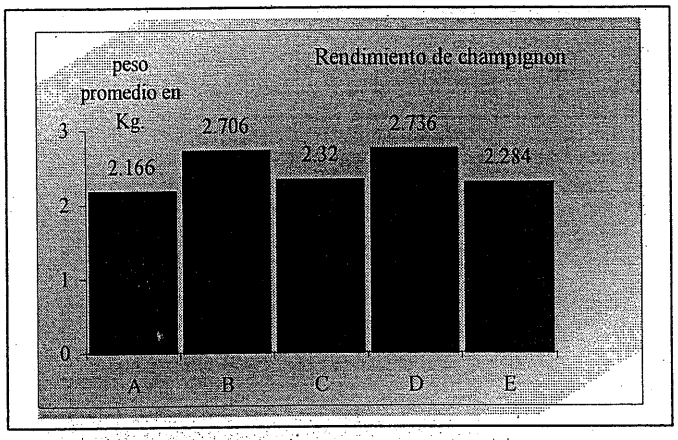


Tabla de Análisis de la Varianza

F.V.	*SC*	*gl*	*CM*	*F*	*p-valor*
Modelo	1.36	4			
Coberturas	1.36	4			
Error	0.32	20			
Total		24			

a) Plantee una posible hipótesis de trabajo y deduzca una predicción de la misma.
b) En función de la hipótesis planteada proponga un modelo estadístico definiendo cada término de acuerdo a este problema.
c) Analice y comente el gráfico ¿Podría concluir qué cobertura es la más apropiada con la información que el mismo brinda? ¿Qué información valiosa le falta?
d) ¿Qué otros gráficos se podrían construir con los datos obtenidos?
e) Complete la tabla de ANOVA y comente las conclusiones obtenidas en términos del problema. Plantee una prueba de comparación de medias si fuera necesario.
f) ¿Por qué el factor coberturas presenta 4 grados de libertad? ¿Qué son y qué significan en términos del problema los grados de libertad?

PARA RESOLVER CON PROGRAMA ESTADÍSTICO

5.- Una empresa de mejoramiento quiere introducir en el mercado nuevas variedades de trigo de alto rendimiento. Para esto realizó un ensayo para comparar la resistencia a una enfermedad endémica en el país que no aparece frecuentemente en el lugar de origen. Usted es consultado para conocer si el procedimiento empleado es el indicado.

Los resultados que se obtuvieron corresponden a los rendimientos de 5 cultivares de trigo, 2 de los cuales son nacionales (cultivares 1 y 2) y otros tres son de origen europeo (cultivares 3, 4 y 5). Se empleó un diseño completamente aleatorizado. Se obtuvieron los siguientes resultados:

CULTIVARES				
1	2	3	4	5
305	329	352	318	330
318	312	359	320	320
316	330	350	327	322

a) ¿Cuál es la población a las que se referirán las conclusiones del trabajo? De acuerdo a esta, discuta cuáles podrían haber sido las unidades experimentales.
b) ¿Fue adecuado el diseño empleado? Discuta las ventajas y desventajas del mismo. ¿Qué cuidados se tendrían que haber tenido al realizar este ensayo?
c) Realice los gráficos que sean adecuados para ver el comportamiento de los cultivares.

d) ¿Existen diferencias significativas entre los cultivares? De ser así, ¿Entre cuáles?
e) Mencione las posibles causas por las que no se encontraron diferencias significativas entre algunos de los cultivares analizados.
f) ¿Si usted verificara que no se cumplen algunos de los supuestos de ANOVA, como procedería? Mencione cada supuesto y discútalo en forma particular.
g) Realice un Q-Q plot. Concluya
h) Calcule los residuales y realice un análisis de la variancia con sus valores absolutos. Concluya.

6.- Cansado de gastar dinero en dietas de pasta proteica y levaduras para poder alimentar a sus porcinos, un criador de cerdos pensó en probar dos nuevas formas de alimentación: una basada en desperdicios alimentarios y subproductos de mieles de caña y la otra a base de residuos foliares del plátano. Se tomaron animales al azar y fueron asignados a diferentes grupos, según el rango de peso. Luego a cada grupo se le distribuyó al azar las 3 dietas y se las suministró durante 30 días, obteniéndose los siguientes resultados de aumento de pesos en kg:

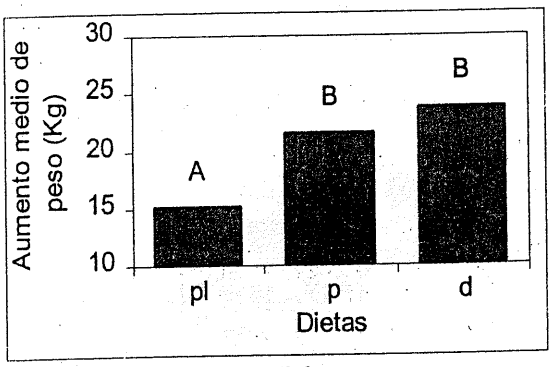
	Grupos por rango de pesos en kg.									
Dieta	*50-54*	*55-59*	*60-64*	*65-69*	*70-74*	*75-79*	*80-84*	*5-89*	*90-94*	*95-99*
Pasta proteica y levadura (p)	18,6	20,4	22,2	23	18,2	21,8	22,7	28,3	23	18,3
Desperdicios alimenticios y sub-Productos de mieles de caña (d)	23,4	20,3	24,4	20	21	23	24,3	26,1	29,3	26
Residuos foliares del plátano(pl)	13,5	14,4	15	13,8	14,8	15,4	14,9	16,8	15,9	16,7

a) Describa un método práctico para la asignación de las dietas a los distintos animales.
b) ¿Cuál es la unidad experimental, la variable respuesta, los tratamientos y los niveles del factor?
c) Obtenga gráficos de los datos que reflejen el comportamiento de cada dieta y la dispersión de los datos obtenidos.
d) Obtenga una estimación puntual y por intervalos de confianza de las medias de los tratamientos.
e) ¿Qué modelo utilizaría? ¿Por qué? ¿Se podría utilizar otro modelo?
f) ¿Hay diferencias significativas entre los aumentos de los pesos?
g) ¿Qué ración recomendaría y por qué? Estime las diferencias de medias mediante un intervalo de confianza.
h) Discuta cómo afectaría los resultados el no haber agrupado a los animales según su peso.
i) ¿Cuáles son los supuestos que hacen válido el análisis de varianza realizado?

Tabla de Análisis de la Varianza

F.V.	*SC*	*gl*	*CM*	*F*	*p-valor*
Bloque		9			
Trats	407,24		203,62		
Error		18			
Total	577,90	29			

Test:Tukey Alfa:=0,05 DMS:=2,32756
Error: 4,1594 gl: 18



Letras distintas indican diferencias significativas(p<= 0,05)

7.- La enfermedad de la vid denominada "***Pierce's disease***", producida por la bacteria *Xylletia fastidiosa*, es un problema frecuente para los productores vitivinícolas. La bacteria ingresa a la planta a través de un insecto vector, llamado GWSS (*glassy-winged sharpshooter*). Este problema trae aparejadas importantes pérdidas económicas, debido a que la producción de vino se ve disminuida sustancialmente en calidad y cantidad. Por lo tanto, se decide llevar a cabo una investigación con el objeto de caracterizar el efecto de 5 insecticidas sobre el GWSS. Para ello, se colocaron 25 GWSS en cada una de las 10 jaulas disponibles. Luego se aplicaron los tratamientos, que consistían en rociar cada jaula con un insecticida. Los resultados obtenidos se expresan como % de insectos controlados.

	Estado fisiológico del insecto	
Producto Químico	Larva	Adulto
Endosulfan	83%	95%
Fenpropathrin	96%	100%
Phosmet	78%	87%
Dimethoate	54%	85%
Thiamethoxam	97%	100%

Tabla de Análisis de la Varianza

F.V.	*SC*	*gl*	*CM*	*F*	*p-valor*
Químico	1165	4	291,25	4,53	0,0864
Estado fisiológico	348,1	1	348,1	5,41	0,0806
Error	257,4	4	64,35		
Total	1770,5	9			

a) Defina unidad experimental, variable respuesta, tratamientos y número de repeticiones.
b) Realice algún gráfico que refleje la presencia o no de interacción entre el estado fisiológico del insecto y los productos químicos.
c) ¿Existen diferencias significativas entre los insecticidas?
d) ¿A qué se debió que se computaran de modo separado el % de los insectos muertos según su estado fisiológico?
e) ¿Puede asegurar que los insecticidas comparados tienen la misma eficacia de control? ¿Es útil tener en cuenta el nivel de significación (alfa) para contestar esta pregunta? ¿Por qué?
f) ¿Para qué serviría conocer la potencia de este experimento? ¿Cómo podría aumentarla si decidiera repetir la experiencia?

8.- Responda verdadero o falso, justificando su respuesta.

a) Si agrupamos las unidades experimentales en conjuntos de tantas unidades homogéneas como tratamientos se analicen, el diseño más apropiado es el Diseño en Bloques Completos Aleatorizados.

b) El Diseño en Bloques Completos Aleatorizados (D.B.C.A.) consiste en asignar los tratamientos en forma completamente aleatoria a las unidades experimentales, dentro de cada bloque. Para que sea eficiente, se requiere que:

- Las unidades experimentales dentro de los bloques sean heterogéneas.
- Los bloques entre sí deben ser lo más homogéneos posible.

c) Las desventajas para la aplicación del diseño en DBCA son:
   - Si el número de tratamientos es grande, puede resultar dificultoso encontrar bloques de unidades experimentales homogéneas.
   - Si los efectos de los tratamientos y los bloques son aditivos, no se puede realizar al análisis diseñado.

d) El supuesto de aditividad entre bloques y tratamientos significa que las diferencias entre las medias de los tratamientos se mantienen constantes en todos los bloques.

e) Los supuestos se pueden verificar mediante métodos gráficos similares a los utilizados en DCA.

f) Habitualmente, la población a la que son referidos los resultados en un DBCA es más restringida que en un DCA debido al agrupamiento de unidades experimentales homogéneas dentro de cada bloque.

g) Aun cuando las unidades experimentales no puedan ser agrupadas en grupos homogéneos, conviene hacer bloques "a ciegas" en lugar de un diseño completamente aleatorizado.

EXPERIMENTOS FACTORIALES

1.- Se realizó un ensayo de comparación de prácticas para el control de la maleza *Avena fatua* en el cultivo de cebada cervecera en la localidad de Puán. En el ensayo se probaron tres dosis de herbicida de presiembra (sin herbicida, dosis media, dosis alta). Como en la zona se fertiliza el cultivo también se incorporaron al ensayo tratamientos de fertilización (testigo y fosfato diamónico a la siembra). Al momento de la emergencia se contabilizó el número de plántulas de la maleza:

6 Tratamientos

Fert	Dosis	Rep	Plántulas
Testigo	Sin	1	44
Testigo	Sin	2	36
Testigo	Sin	3	27
Testigo	Media	1	41
Testigo	Media	2	30
Testigo	Media	3	24
Testigo	Alta	1	23
Testigo	Alta	2	26
Testigo	Alta	3	28
FDA	Sin	1	30
FDA	Sin	2	24
FDA	Sin	3	20
FDA	Media	1	25
FDA	Media	2	20
FDA	Media	3	16
FDA	Alta	1	23
FDA	Alta	2	19
FDA	Alta	3	16

a.- ¿Bajo qué diseño experimental se generaron los datos?
b.- Escriba el modelo adecuado, indicando el significado de cada uno de los términos para el problema, y el rango de cada uno de los subíndices.
c.- Interprete el gráfico de promedios de tratamientos.
d.- ¿Qué supuestos debería verificar para realizar un ANOVA? Menciónelos.
e.- Plantee y pruebe las hipótesis adecuadas.

PROMEDIOS DE TRATAMIENTOS

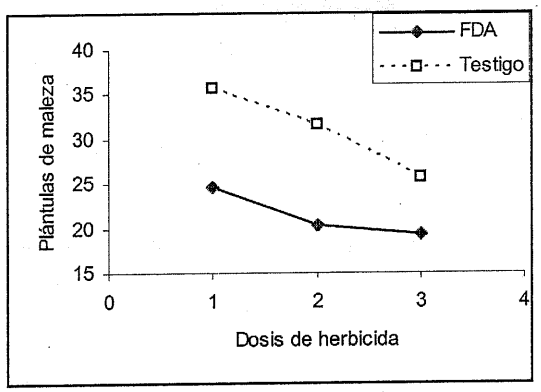


Tabla de Análisis de la Varianza

F.V.	SC	gl	CM	F	valor p
Fert	410.89	1	410.89	11.68	0.0051
Dosis	176.78	2	88.39	2.51	0.1225
Fert*Dosis	23.44	2	11.72	0.33	0.7230
Error	422.00	12	35.17		
Total	1033.11	17			

2.- Se llevó a cabo un experimento de microbiología de suelos para determinar el efecto de la fertilidad nitrogenada en la fijación de nitrógeno por bacterias del género *Rhizobium*. El experimento fue conducido con 2 cultivos y tres niveles de nitrógeno: 0, 50 y 100 ppm. en 24 macetas con tierra homogénea. La concentración de acetileno fue medida para cada tratamiento cuando las plantas estaban en floración. La concentración de acetileno en micromoles/gramo refleja la cantidad de nitrógeno que es fijada por la bacteria en su relación simbiótica con la planta.

	CULTIVO							
Nitrógeno	ALFALFA				SOJA			
0	2.6	3.2	2.9	3.3	6.5	5.9	4.8	6.1
50	0.2	0.6	0.8	1.3	0.8	0.6	0.4	0.3
100	0.1	0.2	0.0	0.5	0.0	0.1	0.4	0.3

$SC_{TOTAL} = 105.00$ $SC_{TRATAMIENTOS} = 102.10$ $SC_{Nitrógeno} = 86.06$ $SC_{CULT} = 4.59$

a) Realice un gráfico que le permita investigar la posible presencia de interacciones. Coméntelo.
b) Genere la tabla de ANOVA y ponga a prueba las hipótesis que considere relevantes (alfa= 0.05).
c) ¿Qué tratamiento/s difiere/n significativamente del resto? Exprese las conclusiones en términos del problema.
d) Estime el efecto de la soja cuando se usa 0.0 ppm de nitrógeno. Interprete.

3.- Se realizó un experimento en remolacha azucarera para estudiar el efecto del nitrógeno (sin N y con N) y de profundidad de labranza de invierno (0,18 y 0,28m) sobre el rendimiento de azúcar. La zona de producción para la cual se deseaba extraer conclusiones presentaba cuatro tipos de suelo con diferencias de humedad. Los resultados obtenidos, en kg/parcela son los siguientes:

Repetición	**N0**		**N1**	
	0,18m	**0,28m**	**0,18m**	**0,28m**
I	4,59	4,75	5,36	5,63
II	4,65	4,80	6,00	6,20
III	5,00	5,20	6,35	6,80
IV	5,50	5,80	6,78	7,25

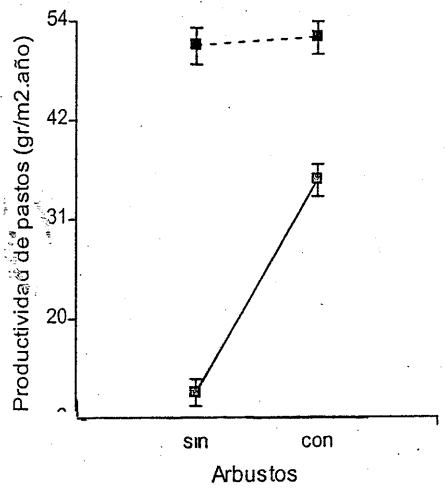
Bloques

a) ¿Qué diseño experimental se aplicó? Realice un posible diagrama de campo.
b) Escriba el modelo y describa los parámetros en términos del problema.
c) ¿Qué supuestos deberían cumplirse para que sean válidos los resultados del análisis?.
d) Pruebe las hipótesis de interés a un nivel de significación del 5%.
e) Estime el efecto principal del nivel 0 de N y el efecto simple o específico del mismo nivel de nitrógeno cuando la profundidad de labranza es de 0,28m.
f) ¿Qué tratamiento recomienda?

Tabla de Análisis de la Varianza

Fuente de Variación	SC	GL	CM	F	p-valor
PROFUNDIDAD (B)	0,30	1	0,30	9,28	0,0139
NITRÓGENO(A)	6,35	1	6,35	194,81	<0,0001
BLOQUES	3,51	3	1,17	35,93	<0,0001
PROF (B)*NITRÓG(A)	0,02	1	0,02	0,64	0,4426
Error	0,29	9	0,03		
Total	10,48	15			

4.- La biomasa (kg/ha) y productividad (gr/ha.año) de la vegetación en la estepa patagónica está conformada mayoritariamente por pastos y arbustos. La principal actividad pecuaria de la zona es la cría de majadas ovinas para la producción de lana y carne. Sin embargo, los ovinos se alimentan en mayor medida de pastos afectando muy poco a los arbustos. Por tanto se propuso eliminar a los arbustos, esperando de este modo una mayor disponibilidad de recursos (agua y nutrientes) para los pastos, al no haber arbustos que compitan con ellos. A su vez, se pensó que esto llevaría a una mayor productividad de pastos y por tanto de lana y carne. Para poner a prueba las predicciones de esta hipótesis se realizó un ensayo y se obtuvieron los siguientes resultados:



Las líneas llenas corresponden a lotes con pastoreo ovino y las líneas punteadas a lotes sin pastoreo ovino. La medida de confianza indicada son los errores estándar.

Tabla de Análisis de la Varianza

F.V.	SC	gl	CM	F	p-valor
Ovejas	5376,57	1	5376,5	232,68	<0,0001
Arbustos	1081,29	1	1081,29	46,79	<0,0001
Ovejas*arbustos	6457,86	1	6457,86	103,9	
Error	1491,85	24	62,16		
Total	7949,71	27			

Test:Tukey Alfa:=0,05 DMS:=3,75010
Error: 23,1071 gl: 24

Ovejas	Medias	n	
con	23,43	14	A
sin	51,14	14	B

Letras distintas indican diferencias significativas(p<= 0,05)

Test:Tukey Alfa:=0,05 DMS:=3,75010
Error: 23,1071 gl: 24

arbustos	Medias	n	
sin	31,07	14	A
con	43,50	14	B

Test:Tukey Alfa:=0,05 DMS:=7,08761
Error: 23,1071 gl: 24

Ovejas	arbustos	Medias	n			
con	sin	11,43	7	A		
con	con	35,43	7		B	
sin	sin	50,71	7			C
sin	con	51,57	7			C

Letras distintas indican diferencias significativas(p<= 0,05)

a) Identifique los factores, los tratamientos y la variable respuesta. Plantee un diagrama de campo asignando los tratamientos a las unidades experimentales. En caso de que falte información supóngala, fundamentada en los objetivos del estudio.
b) ¿Recomendaría usted la eliminación de los arbustos a los productores de la zona? Fundamente su respuesta en los análisis estadísticos correspondientes. Tenga en cuenta que en los análisis puede faltar información que habrá que completar.
c) ¿Cuántas repeticiones se realizaron por tratamiento? 4
d) Interprete los efectos del pastoreo ovino sobre la producción de pastos.
e) Interprete el efecto de interacción entre ovinos y arbustos.
f) Interprete en las unidades de la variable respuesta el efecto de la presencia de arbustos cuando hay pastoreo ovino.

5.- Sentado en su oficina en el sur de Entre Ríos, un productor comenzaba a planificar la siembra de pasturas para el próximo otoño. La topografía era ondulada formando bajos y lomas, y su campo estaba sembrado en un 46% con pasturas siendo el resto pastizales naturales. Para cumplir con su objetivo, contaba con estimaciones de productividad (kg/ha.año) realizadas durante los últimos tres años para algunos de sus lotes, donde se habían tomado muestras independientes que combinaban las posiciones topográficas (loma y bajo) con los distintos tipos de vegetación (pastizal y pastura):

Topografía	Vegetación	Media	CV
Bajo	pastizal	5209	3,77
	pastura	4307	6,85
Loma	pastizal	6669	3,51
	pastura	7252	2,20

Tabla de Análisis de la Varianza

F.V.	SC	gl	CM	F	p-valor
Topografía	19401822,56	1	19401822,56	377,07	<0,0001
Vegetación	102560,06	1	102560,06	1,99	0,1834
Topografía*vegetación	2205967,56	1	2205967,56	42,87	<0,0001
Error	617455,75	12	51454,65		
Total	22327805,94	15			

→ Hay interacción

Test: Tukey Alfa: =0,05 DMS:=247,17238
Error: 51454,6458 gl: 12

Topografía	Medias	n	
Bajo	4758,38	8	A
Loma	6960,75	8	B

Letras distintas indican diferencias significativas(p<= 0,05)

Test: Tukey Alfa:=0,05 DMS:=247,17238
Error: 51454,6458 gl: 12

Vegetación	Medias	n	
pastura	5779,50	8	A
pastizal	5939,63	8	A

Test:Tukey Alfa:=0,05 DMS:=476,24253
Error: 51454,6458 gl: 12

topografía	vegetación	Medias	n			
bajo	pastura	4307,00	4	A		
bajo	pastizal	5209,75	4		B	
loma	pastizal	6669,50	4			C
loma	pastura	7252,00	4			D

a) ¿Cuántos lotes se midieron en cada tratamiento para estimar la media? ¿Cómo fueron elegidos dichos lotes? Proponga una metodología de muestreo.
b) ¿Qué significa en términos del problema el efecto de la interacción?
c) ¿Cuál es la tabla de Tukey correcta para este problema? ¿Por qué debe conducirse el ANOVA antes de realizar la prueba de comparaciones múltiples?
d) Planifique la siembra del campo, fundamente su elección en los análisis estadísticos brindados. Considere que no hay restricciones económicas.
e) ¿Qué podría estar indicando el CV de la pastura en el bajo?. ¿Qué haría para confirmar si sus sospechas son ciertas?.

6.- Para evaluar el efecto de las raciones alimenticias suplementadas con diferentes niveles de alimento balanceado y del sexo sobre el rendimiento de un corte de carne porcina se utilizaron 32 cerdos Landrace- Yorkshire (16 hembras y 16 machos castrados). Los cuatro niveles evaluados fueron: 0%, 8%, 16% y 24% de suplementación con alimento balanceado. El análisis estadístico correspondió a un diseño completamente aleatorizado con arreglo factorial 2 x 4. Indicar para este ensayo:
1.-Tratamiento/s, 2.-Unidad experimental., 3.-Unidad observacional., 4.-Repetición., 5.-Efectos principales. 6.-La/s hipótesis nula/s que se puede/n probar, en términos del problema. 7.-La tabla de ANVA incluyendo fuentes de variación y grados de libertad (numéricamente). 8.-El estadístico apropiado para probar la/s hipótesis nulas. 9.-El modelo estadístico subyacente.

7.- Responda verdadero o falso. Justifique su respuesta.

- Se llama factorial a una experiencia organizada de manera de estudiar la acción de dos o varios factores en todas sus combinaciones.
- Suponga que determinada droga A produce un efecto medido en 2 unidades y que otra droga B produce un efecto igual a 3 unidades. Cuando se trata conjuntamente con A y B y se obtiene un efecto igual a 5 unidades, se observa que:
  a) las acciones de A y B no son independientes
  b) existe interacción A x B
  c) los efectos de A y B son aditivos.
- Las experiencias factoriales tienen varias ventajas, entre ellas:
  a) permiten revelar si existen interacciones
  b) se necesitan menos repeticiones que en ensayos unifactoriales para tener la misma precisión.
- El arreglo factorial es flexible, pues se puede usar cualquier número de factores y niveles.
- En el arreglo factorial en ausencia de interacción, un experimento es equivalente a haber efectuado un experimento para cada uno de los factores principales conducidos en forma simultánea.
- La interacción representa los efectos de los tratamientos que no son explicables por los efectos aislados de los dos factores A y B.
- Si la interacción es significativa implica que el efecto de A en la variable respuesta es igual para cualquier nivel del factor B.

- La inclusión de bloques en el diseño del experimento permite aumentar la variabilidad en los errores experimentales y facilita la detección de diferencias significativas entre tratamientos.
- Las repeticiones en los diseños sirven para testear si la variabilidad de los errores experimentales es significativa.

8.- Se diseñó un experimento factorial para estudiar los efectos directos y residuales de fertilizantes químicos y orgánicos sobre la productividad de pastizales. Con esa finalidad se dividió un pastizal homogéneo en 36 parcelas iguales de 10m x 15m. a las que se asignaron al azar los 9 tratamientos que resultaron de combinar los factores A: fertilización en el año 1999 (que denominaremos factor de **impacto residual**) y B: fertilización en el año 2000 (que denominaremos factor de **impacto directo**). Cada factor presentaba tres niveles: 1) sin fertilizar, 2) aplicación de fertilizante químico, 3) aplicación de fertilizante orgánico. En marzo de 2001 se cosechó todo el material verde de las parcelas, se secó en estufa y se pesó. Se presentan los promedios de peso seco (kg/parcela) para cada uno de los tratamientos y algunos resultados del análisis de varianza.

Impacto directo (Aplicación en 2000)	Impacto residual (Aplicación en 1999)			
	Ninguno	Fertilizante Químico	Fertilizante Orgánico	Promedio
Ninguno	6.05	6.18	8.73	6.99
Fertilizante Químico	9.53	9.65	9.78	9.65
Fertilizante Orgánico	7.85	7.88	9.49	8.41
Promedio	7.81	7.90	9.33	8.35

Fuente de Variación	GL	Sumas de Cuadrados
Impacto Directo		43.35
Impacto Residual		14.58
I.Directo * I.Residual		7.89
Error		2.46
Total		68.28

a) Estime los efectos simples del impacto directo de cada uno de los fertilizantes aplicados en el año 2000 dentro de cada uno de los niveles de fertilización del año anterior.
b) Realice un gráfico con los promedios de los tratamientos. Utilice los resultados obtenidos en el ítem a) para interpretar el gráfico y arriesgar si esperaría encontrar una interacción significativa entre los factores de impacto residual e impacto directo de los fertilizantes. ¿Qué significa la interacción entre factores en este experimento?
c) Complete la tabla de análisis de varianza. Postule las hipótesis estadísticas que considere de interés, póngalas a prueba y concluya explicando los resultados en términos del problema. Comunique el nivel de incertidumbre asociado a sus afirmaciones.
d) Proponga un tratamiento de fertilización bianual para obtener la máxima productividad en este pastizal al cabo de dos años.
e) Proponga un tratamiento de fertilización para obtener máxima productividad este año en un potrero que no fue fertilizado el año anterior.

f) Qué información aporta el experimento acerca de los efectos directos y residuales de los fertilizantes químicos y orgánicos sobre la productividad del pastizal?

9.- Un entomólogo realizó un experimento sobre la energía consumida por las abejas de miel al beber, para determinar el efecto de la temperatura del ambiente y la viscosidad del líquido en el consumo de energía. Los niveles de temperatura fueron 20, 30 y 40°C, la viscosidad del líquido se controló por las concentraciones de sacarosa, que eran de 20, 40 y 60% del total de sólidos disueltos en el líquido que bebían las abejas de miel. El entomólogo registró la energía gastada por las abejas en joules/segundo. Los datos que siguen corresponden a tres réplicas de cada uno de los nueve tratamientos en un diseño completamente aleatorizado.

Temp.	Sacarosa	Energia
1	1	3.1
1	1	3.7
1	1	4.7
2	1	6.0
2	1	6.9
2	1	7.5
3	1	7.7
3	1	8.3
3	1	9.5
1	2	5.5
1	2	6.7
1	2	7.3
2	2	12.0
2	2	10.5
2	2	8.8
3	2	15.8
3	2	12.4
3	2	11.3

Temp.	Sacarosa	Energia
1	3	7.9
1	3	9.2
1	3	9.3
2	3	12.0
2	3	11.5
2	3	13.0
3	3	13.5
3	3	15.0
3	3	17.5

$H_0) (\tau\beta)_{ij} = 0$ ✓

$H_0) \tau_i = 0$ ✗

$H_0) \beta_j = 0$ ✗

a.-Formule las hipótesis que considera estaba interesado el entomólogo en poner a prueba, en términos biológicos y estadísticos.

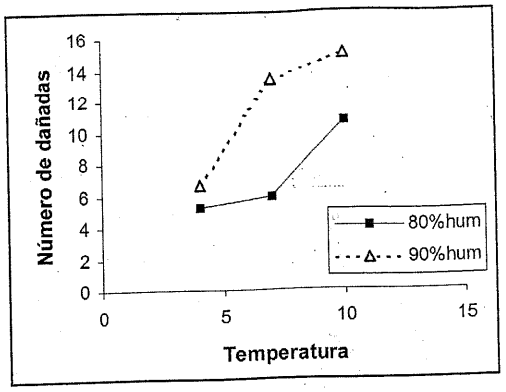
b.-¿Qué evidencias proporciona el experimento? ¿Cuál sería la combinación de viscosidad y temperatura más favorable para las abejas?

2-3
3-2
3-3

10.- Para lograr mejoras en el almacenamiento de mandarinas se llevó a cabo un experimento considerando la cantidad de mandarinas en mal estado por cajón después de un mes de almacenamiento. Se probaron 3 temperaturas y dos porcentajes de humedad relativa en un diseño completamente al azar con igual precisión en ambos factores. Los resultados fueron los siguientes:

TEMPERATURA\HUMEDAD	80%	90%
4°C	7	10
	3	5
	6	5
	5	7
7°C	8	15
	5	12
	5	13
	6	14
10°C	10	15
	11	16
	12	15
	10	14

a) Plantee el modelo correspondiente explicando cada término en función del problema.
b) Estime el efecto del menor porcentaje de humedad en la mayor temperatura.
c) Estime el efecto del porcentaje mayor de humedad y explique su significado en términos del problema.
d) Explique cómo se realizó la aleatorización, ayúdese con un diagrama.
e) Interprete el gráfico de promedios.
f) Ponga a prueba las hipótesis de interés.
g) ¿Qué condiciones de almacenamiento recomienda?
g) De acuerdo a la variable respuesta, ¿qué supuesto puede no estar cumpliéndose? ¿Cómo lo comprobaría? ¿Cómo lo remediaría?
h) Calcule el valor predicho y el residual de la observación Y_{123}.



11-En el NOA, en los últimos años se ha extendido la siembra de maíz con distancias entre surcos más estrechas, pasando de 0,70 m a 0,52 m. Esta tendencia deriva del acortamiento de la distancia entre surcos de uso generalizado en soja y de la consecuente adaptación de las sembradoras empleadas a surco estrechos. Con el objetivo de probar si es conveniente el acortamiento de distancia y seleccionar el cultivar más adecuado se llevó a cabo un ensayo en la provincia de Tucumán. Se tomó en cuenta la diferencia de fertilidad existente en el lugar para el diseño del experimento. Los rendimientos obtenidos en kg/ha se presentan a continuación:

Distancia entre surcos	Zona	Híbrido		
		'8480	2A120	DK834MG
52	1	6300	7250	6645
	2	9501	9500	10108
	3	8263,8	9350	9690
	4	5831	6800	6341,4
Media		7473,95	8225	8196,10
70	1	8320	10105	8913
	2	10800	13342	12170
	3	9800	12000	13700
	4	8980	9200	8304
Media		9475	11061,75	10771,75

$SC_{TRATAMIENTOS}$ =44934736,35 SC_{TOTAL}= 105505376 SC_{ERROR}= 7649645,48
$SC_{DISTANCIA}$= 37384588,94 $SC_{HIBRIDO}$= 6701812,17

a) Realice un gráfico de un posible diagrama de campo indicando la asignación de los tratamientos a las unidades experimentales.
b) Estime los efectos simples de las distancias entre surco para el Híbrido 2A120 y compárelos con las estimaciones de los efectos principales de las distancias. ¿Sospecha que puede existir interacción? Justifique.
c) Realice la prueba de hipótesis correspondiente y verifique su respuesta al punto anterior.
d) ¿Qué híbrido y a que distancia entre surcos recomendaría para la zona?

e) Al realizar la prueba de Shapiro Wilks se obtuvo un valor p de 0,200. ¿Qué conclusión llega a partir de este resultado?

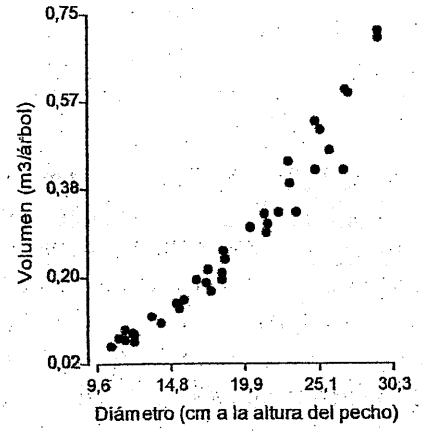
12.- Para estudiar el efecto del sulfuro y del nitrógeno en el crecimiento del trébol blanco, un investigador realizó un ensayo experimental a campo usando un diseño en bloques completamente al azar, con un arreglo factorial 4x2. Los niveles de sulfuro aplicados fueron 0, 3, 6 y 9 gramos/parcela, mientras que el nitrógeno sin agregado y con agregado (20 gramos/parcela). Los valores de rendimiento de materia seca, en gramos por maceta, fueron los siguientes:

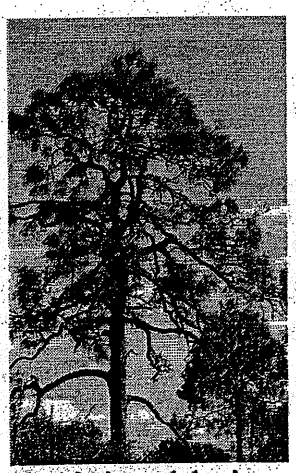
NITROGENO		SULFURO			
	BLOQUE	0	3	6	9
0	1	4,48	4,70	5,21	5,88
	2	4,52	4,65	5,23	5,98
	3	4,63	4,57	5,38	5,91
20	1	5,76	7,01	5,88	6,26
	2	5,64	7,11	5,82	6,26
	3	5,78	7,02	5,73	6,37

a) Grafique los promedios de tratamientos.
b) Qué combinación de ambos fertilizantes recomendaría?

ANÁLISIS REGRESIÓN

1.- En producciones forestales, la medida de productividad comúnmente utilizada es el volumen de madera (por ejemplo m^3) por unidad de superficie (por ejemplo ha). Sin embargo, el volumen es de laboriosa cuantificación a campo, por lo tanto es importante encontrar variables de fácil cuantificación que puedan ser predictoras del volumen. El diámetro a la altura del pecho de un árbol (DAP, cm), es una variable que está relacionada con su volumen (m^3), sin embargo la forma de esta relación varía según la localidad y especie considerada. En la localidad de Esquina (Corrientes), productores de *Pinus elliotti var. elliotti*, deseaban conocer como era esta relación para predecir con mayor facilidad el volumen de madera de sus producciones. A continuación se presentan los resultados de un ensayo del INTA en la zona para ambas variables:





a) Identifique cuál es el problema a resolver, plantee los objetivos del mismo. Describa qué tipo de herramienta o solución se quiere encontrar, cuáles son los supuestos y análisis estadísticos necesarios para lograrla. ¿Qué utilidad tendrá esta herramienta para el productor de *Pinus elliotti* var. *elliotti*?

b) ¿Qué tipo de relación existe entre ambas variables? Identifique variables dependientes e independientes.

c) ¿Qué es un modelo? En función de la relación analizada, plantee un modelo que explique las variaciones observadas en el volumen de madera.

d) Estime los parámetros del modelo. ¿Qué significan estos parámetros en términos del problema? Identifique las unidades de estos parámetros.

e) Compruebe si el modelo planteado es estadísticamente significativo.

f) Plantee una ecuación que le permita al productor de *Pinus elliotti var. elliotti* predecir su volumen de producción (m^3/árbol) a partir de una fácil lectura del diámetro.

g) Si un productor cuenta con 5 ha de un DAP promedio de 15cm y con 760 árboles/ha, conociendo que el precio de $1m^3$ en fábrica es de 25 pesos y el costo del flete de 200 pesos, responda: ¿Qué volumen de madera tiene el productor por ha? Si vende las 5 ha de pino, ¿cuál será su ingreso?

Análisis de regresión lineal

Variable	N	R^2
VOLTOTAL	37	0,93

Coeficientes de regresión y estadísticos asociados

Coef	Est.	EE	LI(95%)	LS(95%)	t	p-valor
const	-0,34	0,03	-0,40	-0,28	-11,38	<0,0001
DAP	0,03	1,5E-03	0,03	0,03	21,84	<0,0001

Cuadro de Análisis de la Varianza

F.V.	SC	gl	CM	F	p-valor
Modelo	1,17	1	1,17	477,09	<0,0001
DAP	1,17	1	1,17	477,09	<0,0001
Error	0,09	35	2,5E-03		
Total	1,26	36			

2.- Un importante problema que enfrentan los asentamientos urbanos es, ¿qué hacer con la gran cantidad de residuos que producen día a día?. Una alternativa al tradicional uso de estos residuos, es realizar compost con ellos y utilizarlos posteriormente como fertilizantes en actividades agrícolas. Para evaluar esta alternativa, se realizó un experimento en donde se aplicaron a suelos agrícolas distintas dosis de compost (0, 4, 12 y 36 Tn/ha), y se analizaron posteriormente las cantidades de nitrógeno en el suelo (4 determinaciones por cada dosis de compost). A continuación se presentan los resultados del citado experimento:

Dosis compost (Tn/ha)	Nitrógeno total (ppm)			
0	0,153	0,153	0,152	0,140
4	0,195	0,185	0,150	0,175
12	0,195	0,165	0,200	0,175
36	0,188	0,214	0,204	0,199

a) Realice un gráfico de dispersión y coméntelo. ¿Qué tipo de relación observa entre la dosis de compost y el nitrógeno total?

b) En función de la relación analizada en el gráfico anterior, plantee un modelo que explique las variaciones observadas en el nitrógeno total y describa los parámetros y las variables aleatorias en términos del problema.

c) Compruebe la significancia del modelo elegido y de sus parámetros. ¿Cuáles son los supuestos utilizados para dicho análisis? Estime y grafique la recta de regresión. ¿Considera es necesario comprobar la significancia del modelo, previo a la aplicación del modelo estimado? ¿Por qué?

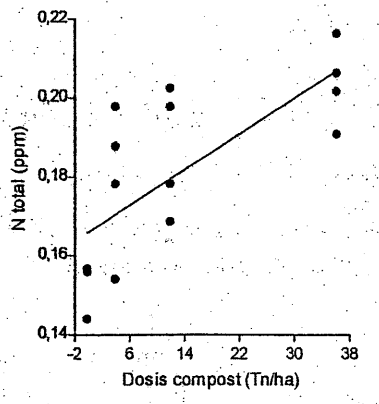
d) Para una dosis de 3 tn/ha de compost, ¿cuál será el total de nitrógeno en el suelo? ¿Y para una dosis de 50 tn/ha? Si para un óptimo crecimiento vegetal se desea obtener un contenido de nitrógeno en el suelo de 0.180 ppm. ¿Qué dosis de compost aplicaría?

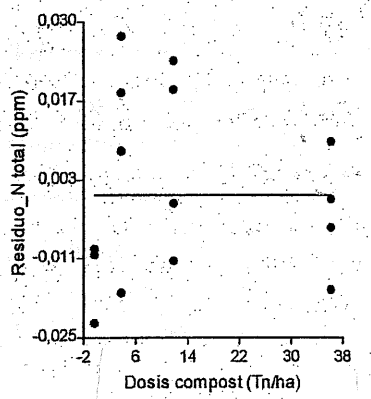
e) ¿Qué son y qué representan los residuales? Obtener los residuales y graficarlos en función de la variable independiente. Concluya.

f) Estime los coeficientes de determinación, de correlación y de regresión. ¿Cuáles son las diferencias entre estos 3 coeficientes? ¿Qué explica cada uno de ellos?

g) Si usted debe asesorar a un productor que desea fertilizar su campo con compost de residuos urbanos, ¿qué dosis de compost le recomendaría, para obtener la mayor cantidad de nitrógeno posible en el suelo? ¿Por qué?

h) Plantee otro modelo mediante el cual se podrían haber analizado estos datos. Compruebe la significancia del modelo y de los parámetros. Nuevamente, ¿qué dosis de compost le recomendaría al productor? Identifique ventajas y desventajas de las dos aproximaciones planteadas.





Modelo 1: _____

Análisis de regresión lineal

Variable	N	R^2
N total (ppm)	16	0,54

Coeficientes de regresión y estadísticos asociados

Coef	Est.	EE	LI(95%)	LS(95%)	*t*	p-valor
Const	0,16	0,01	0,15	0,17	29,38	<0,0001
Dosis	1,2E-03	2,9E-04	5,5E-04	1,8E-03	4,05	0,0012

Cuadro de Análisis de la Varianza

F.V.	SC	gl	CM	F	p-valor
Modelo	4,3E-03	1	4,3E-03	16,40	0,0012
Dosis compost	4,3E-03	1	4,3E-03	16,40	0,0012
Error	3,7E-03	14	2,6E-04		
Total	0,01	15			

Modelo 2: _____

Análisis de la varianza

Variable	N	R^2	CV
N total (ppm)	16	0,70	7,97

Cuadro de Análisis de la Varianza

F.V.	SC	gl	CM	F	p-valor
Modelo	0,01	3	1,9E-03	9,22	0,0019
Dosis compost	0,01	3	1,9E-03	9,22	0,0019
Error	2,4E-03	12	2,0E-04		
Total	0,01	15			

Test:Tukey Alfa:=0,05 DMS:=0,02975

Error: 0,0002 gl: 12

Dosis compost	Medias	n		
0	0,15	4	A	
4	0,18	4	A	B
12	0,18	4		B
36	0,20	4		B

Letras distintas indican diferencias significativas(p<= 0,05)

3.- Responda Verdadero o Falso. Justifique su respuesta.

- En una regresión lineal simple, se puede obtener un intervalo de confianza para la pendiente pero no para la ordenada al origen ni tampoco para la variable respuesta.
- Si la pendiente de una regresión lineal es cero, el r^2 también es cero.
- En la estimación de parámetros, un intervalo de confianza con $\alpha = 0.05$, significa que de cada 100 muestras que se tomen, las estimaciones medias de 95 de ellas van a estar dentro del intervalo estimado.

4.- Un productor de miel desea analizar en qué lugar de la provincia de Formosa le conviene poner sus colmenas. En su decisión, su principal objetivo es elegir el lugar en donde pueda cosechar la misma cantidad de miel todos los años. De este modo disminuye sus riesgos de producción, pudiendo plantearse un ingreso estable en los distintos años que le permita tomar decisiones en el ámbito familiar. Para ello, encuentra en la revista "La colmena feliz" un estudio realizado por Ingenieros Agrónomos para la zona que piensa le será de utilidad. En este estudio se proponía predecir los coeficientes de variación (CV), de los kg cosechados de miel por año para una serie de años, a partir de dos características del lugar: sus precipitaciones y la cantidad de especies vegetales por hectárea. A continuación se presentan los resultados de dicho experimento:

CV (%)	Precipitaciones (mm/año)	Especies (n°/ha)
80	153	5
70	210	7
78	405	11
72	321	45
67	345	15
61	432	13
53	294	97
43	674	18
38	534	90
30	743	45
32	654	60
28	799	25
24	945	50
21	1012	61
20	1124	70

a) ¿Qué es el coeficiente de variación (CV)? ¿Cómo piensa que se calculó en este caso?
b) ¿Piensa que conocer el CV de los kg cosechados de miel en distintos años lo ayudará al productor en su decisión? ¿Por qué?
c) ¿Sospecha que alguno/s de los supuestos para el análisis de la varianza podrían no cumplirse? ¿Por qué?
d) Considerando los distintos análisis de regresión ajustados por los Ingenieros Agrónomos responda:
   d1) ¿Por qué piensa se eligió un análisis de regresión para interpretar los datos?
   d2) ¿Cuál de los tres modelos propuestos elegiría? ¿Por qué?
   d3) Plantee el modelo estimado elegido y describa sus componentes en términos del problema.
e) Si al productor le ofrecen dos campos para llevar sus colmenas, el primero con 700 mm y 50 sp, y el segundo con 500 mm y 60 sp., ¿cuál le recomendaría?. ¿Qué decisión le sugeriría si le ofrecen un tercer campo con 1400 mm y 74 sp?
f) Si su objetivo de producción a largo plazo, además de disminuir el riesgo, fuera también maximizar los kg cosechados de miel por año: ¿qué parámetro estimaría pa ra tomar una decisión en forma conjunta con el CV?

Modelo 1) Regresión lineal simple: CV en función de las precipitaciones

Análisis de regresión lineal

Variable	N	R^2
CV	15	0,84

Coeficientes de regresión y estadísticos asociados

Coef	Est.	EE	LI(95%)	LS(95%)	T	p-valor
const	86,12	5,16	74,97	97,27	16,69	<0,0001
Precipitaciones	-0,07	0,01	-0,08	-0,05	-8,32	<0,0001

Cuadro de Análisis de la Varianza

F.V.	SC	gl	CM	F	p-valor
Modelo	5669,01	1	5669,01	69,30	<0,0001
Precipitaciones	5669,01	1	5669,01	69,30	<0,0001
Error	1063,39	13	81,80		
Total	6732,40	14			

Modelo 2) Regresión lineal simple: CV en función del n° de especies

Análisis de regresión lineal

Variable	N	R^2
CV	15	0,32

Coeficientes de regresión y estadísticos asociados

Coef	Est.	EE	LI(95%)	LS(95%)	T	p-valor
const	64,51	8,30	46,65	82,50	7,78	<0,0001
sp	-0,41	0,17	-0,77	-0,05	-2,49	0,0272

Cuadro de Análisis de la Varianza

F.V.	SC	gl	CM	F	p-valor
Modelo	2171,11	1	2171,11	6,19	0,0272
sp	2171,11	1	2171,11	6,19	0,0272
Error	4561,29	13	350,87		
Total	6732,40	14			

Modelo 3) Regresión lineal múltiple: CV en función de las precipitaciones y del n° especies:

Análisis de regresión lineal

Variable	N	R^2
CV	15	0,90

Coeficientes de regresión y estadísticos asociados

Coef	Est.	EE	LI(95%)	LS(95%)	T	p-valor
const	89,71	4,49	79,94	99,49	19,99	<0,0001
Precipitaciones	-0,06	0,01	-0,07	-0,04	-8,32	<0,0001
Especies	-0,19	0,07	-0,34	-0,03	-2,64	0,0217

Cuadro de Análisis de la Varianza

F.V.	SC	gl	CM	F	p-valor
Modelo	6059,12	2	3029,56	54,00	<0,0001
Precipitaciones	3888,01	1	3888,01	69,30	<0,0001
Especies	390,11	1	390,11	6,95	0,0217
Error	673,28	12	56,11		
Total	6732,40	14			

5.- En la producción de lechones para consumo, aumentar la eficiencia en la utilización del alimento (relación kg de peso ganados/kg de alimento entregado) generalmente implica un mayor retorno económico. Sin embargo, esta eficiencia no sólo depende de la cantidad de alimento entregado, sino que podría estar regulada por otros factores como: el peso y la edad del lechón al recibir el alimento, el peso de la madre del lechón, etc. Un productor de lechones, desea determinar el momento óptimo de entregar un complemento alimenticio, para maximizar la eficiencia en su utilización. Para ello, estudió cómo varía esta eficiencia en relación al peso de la madre, y la edad y el peso del lechón al momento de entregar el alimento. En todos los casos se entregó siempre la misma cantidad de alimento. Para el cálculo de la eficiencia en la utilización, se dividió el aumento de peso por este valor.

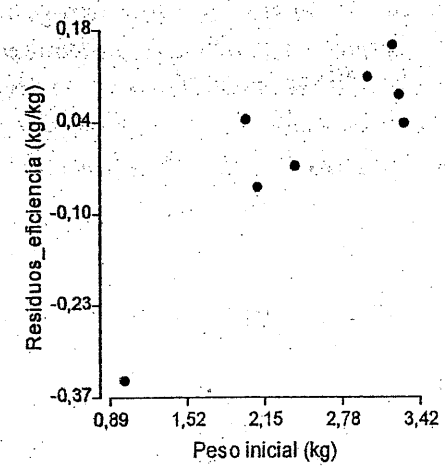
N°lechón	Peso inicial (kg)	Edad inicial (semanas)	Eficiencia de utilización (kg lechón/kg alimento)	Peso de la madre (kg)
1	2,40	8	0,7	100
2	2,00	6	0,6	110
3	3,20	7	0,8	120
4	3,30	12	1,0	90
5	3,00	9	0,9	80
6	2,10	6	0,5	70
7	1,00	7	0,3	120
8	3,25	4	0,4	100

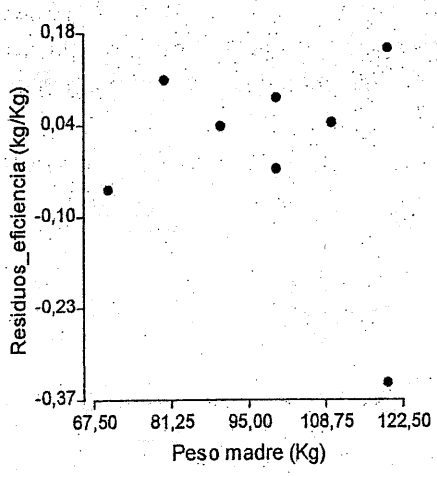
a) Identifique unidades experimentales y variables dependientes e independientes. Explique cómo podrían haber sido medidas cada una de las variables.

b) Realice diagramas de dispersión de la eficiencia de utilización en función de la edad inicial, el peso inicial, el peso de la madre y el número de lechón en 4 gráficos por separado. ¿De qué variables depende la eficiencia de utilización del suplemento en los lechones? Compruebe su afirmación con los análisis estadísticos necesarios. Elija el modelo que mejor explica los resultados encontrados.

c) El productor sabe que si la eficiencia (kg/kg) es mayor a 0.5, es rentable entregar el suplemento. Para un lechón de 3 kg cuyo peso de madre es 117 kg, estime a partir de qué edad le conviene al productor entregar el suplemento.

d) A continuación se presentan los residuales no explicados por la ecuación *eficiencia = a + b*ln(edad lechón)*, en función del peso inicial del lechón y el peso de la madre. ¿Qué relación encuentra entre ellos? ¿Pensaría en incluir alguna variable explicatoria más a la ecuación planteada? ¿Cuál? ¿Qué relación existe entre este procedimiento y el realizado en el punto (b)?



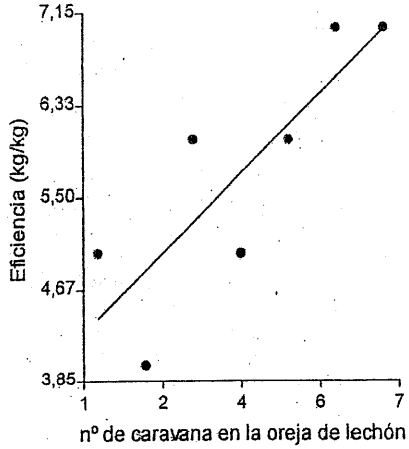


e) Si tuviera que graficar la eficiencia de utilización en función del peso y la edad inicial del lechón, ¿cuántas dimensiones tendría su gráfico? Y si incluye además el peso de la madre, ¿cuántas dimensiones tendría? ¿Podría graficarlo?

f) ¿Siempre que existe una correlación significativa entre dos variables existe causalidad? Considere en su respuesta parte de los resultados encontrados en otro experimento similar al anterior:

Análisis de regresión lineal

Variable	N	R^2	R^2 Aj
Aumento de peso	7	0,69	0,63



Coeficientes de regresión y estadísticos asociados

Coef	Est.	EE	LI(95%)	LS(95%)	T	p-valor
const	4,00	0,57	2,53	5,47	7,00	0,0009
n° de caravana	0,43	0,13	0,10	0,76	3,35	0,0202

Cuadro de Análisis de la Varianza

F.V.	SC	gl	CM	F	p-valor
Modelo	5,14	1	5,14	11,25	0,0202
n° de caravana	5,14	1	5,14	11,25	0,0202
Error	2,29	5	0,46		
Total	7,43	6			

g) Al realizar el experimento, el productor consideró que no era necesario incorporar como variable independiente "cantidad de suplemento", ya que se contaba con experimentos para la zona. En estos ensayos, evaluaban la eficiencia de utilización del alimento en función de la cantidad de alimento, con lechones de 2 kg y 8 semanas de edad. ¿Considera que el productor tendría que haber incluido la variable cantidad de alimento? ¿Qué información extra aportaría incluir esta variable?

Análisis de regresión no lineal

*Modelo estimado eficiencia = a+b*peso+c*ln(edad)+d*pesomadre*

Variable	N	CMError	Iteracion
Eficiencia	8	0,01	3

Parámetros	Est.	E.E.	T	p-valor
A	-0,80	0,35	-2,28	0,0847
B	0,17	0,05	3,74	0,0200
C	0,52	0,11	4,65	0,0096
D	-5,1E-05	2,1E-03	-0,02	0,9817

Matriz de correlación de las estimaciones

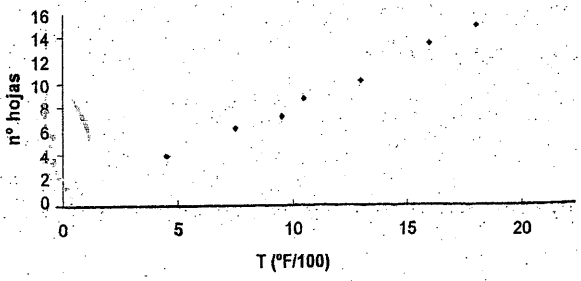
	A	B	C	D
A	1,00	-0,41	-0,68	-0,75
B	-0,41	1,00	-0,10	0,24
C	-0,68	-0,10	1,00	0,15
D	-0,75	0,24	0,15	1,00

6.- En un estudio sobre el crecimiento de coliflores precoces, se desea probar si existe una relación entre el número promedio de hojas (N° hojas) y la suma acumulada de temperatura diaria por encima de 32 °F dividido por 100 (T: °F/100). Los números de hojas en las plantas de coliflor fueron contados en varias fechas durante dos años. En cada fecha, se tomaron 10 plantas y se promedió su valor:

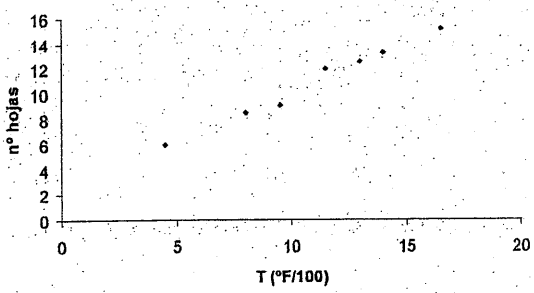
Fechas	1956/57		1957/58	
	T (°F/100)	N°hojas	T (°F/100)	N°hojas
1	4.5	3.8	4.5	6.0
2	7.5	6.2	8.0	8.5
3	9.5	7.2	9.5	9.1
4	10.5	8.7	11.5	12.0
5	13.0	10.2	13.0	12.6
6	16.0	13.5	14.0	13.3
7	18.0	15.0	16.5	15.2

A continuación se presentan dos diagramas de dispersión que expresan la variación en el n° promedio hojas, en función de T (°F/100) para los períodos 1956/7 y 1957/8:

1956/7

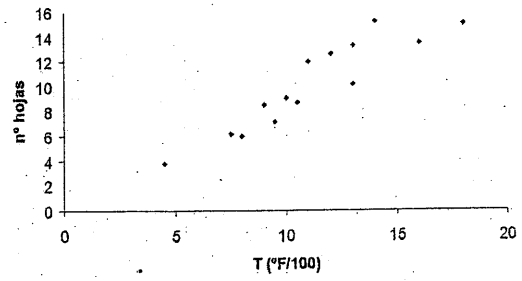


1957/8



A continuación se presenta un diagrama de dispersión con los datos de n° hojas en función de T (°F/100) para los períodos 1956/7 y 1957/8 en forma conjunta.

1956/8



a) Plantee un modelo explicatorio del n° hojas en función de la T (°F/100) para cada año por separado.

b) ¿Observa alguna diferencia con respecto al patrón observado en las figuras anteriores?

c) Plantee un modelo explicatorio del n° hojas en función de la T (°F/100) para ambos años en forma conjunta. Encuentre la ecuación de regresión con los datos de ambas fechas. ¿Cuáles son la/s diferencia/s que encuentra entre el modelo y la ecuación planteados?

d) Estimar los coeficientes de determinación según los 3 modelos propuestos para 1956/7, 1957/8 y 1956/8 (ver resumen de análisis al final de las preguntas). ¿Cuál de las tres aproximaciones utilizaría para estimar el nºhojas de los coliflores? ¿Por qué?

e) Plantee un nuevo modelo que considere una variable indicadora de los años.

f) ¿Cuál/es supuesto/s del ANVA podrían no cumplirse? En caso de que sospeche que algún supuesto no se cumpla, ¿cómo haría para comprobar su sospecha? Si verifica que algún supuesto no se cumple, ¿podría utilizar estos datos en un ANVA? ¿Qué haría para utilizarlos?

1956/7

Análisis de regresión lineal

Variable	N	R^2
N°hojas	7	0,99

Coeficientes de regresión y estadísticos asociados

Coef	Est.	EE	LI(95%)	LS(95%)	T	p-valor
const	-0,25	0,40	-1,27	0,77	-0,63	0,5590
T (°F/100)	0,84	0,03	0,76	0,92	25,53	<0,0001

Cuadro de Análisis de la Varianza (SC tipo III)

F.V.	SC	gl	CM	F	p-valor
Modelo	94,81	1	94,81	651,97	<0,0001
T (°F/100)	94,81	1	94,81	651,97	<0,0001
Error	0,73	5	0,15		
Total	95,53	6			

1957/8

Análisis de regresión lineal

Variable	N	R^2
N°hojas1	7	0,98

Coeficientes de regresión y estadísticos asociados

Coef	Est.	EE	LI(95%)	LS(95%)	T	p-valor
const	2,28	0,51	0,97	3,58	4,49	0,0065
T (°F/100)	0,79	0,04	0,68	0,90	18,06	<0,0001

Cuadro de Análisis de la Varianza (SC tipo III)

F.V.	SC	gl	CM	F	p-valor
Modelo	60,41	1	60,41	326,27	<0,0001
T (°F/100)	60,41	1	60,41	326,27	<0,0001
Error	0,93	5	0,19		
Total	61,34	6			

1956/8

Análisis de regresión lineal

Variable	N	R^2
N°hojas	14	0,91

Coeficientes de regresión y estadísticos asociados

Coef	Est.	EE	LI(95%)	LS(95%)	T	p-valor
const	1,07	0,88	-0,85	2,98	1,21	0,2485
T (°F/100)	0,81	0,07	0,65	0,97	10,94	<0,0001

Cuadro de Análisis de la Varianza (SC tipo III)

F.V.	SC	gl	CM	F	p-valor
Modelo	152,07	1	152,07	119,58	<0,0001
T (°F/100)	152,07	1	152,07	119,58	<0,0001
Error	15,26	12	1,27		
Total	167,33	13			

7.- La humedad de almacenamiento del tabaco (Y = Humedad del tabaco a la entrada del silo) es una variable que depende de cada tipo de tabaco, ya que no debe ser excesiva como para que se pudra por exceso ni debe ser escasa como para que se reseque por defecto. A la salida del secadero, las hojas de tabaco salen con humedad controlada, pero ésta se debe ajustar según las condiciones ambientales porque en el trayecto entre el secadero y el silo (en cinta transportadora), la humedad cambia según las condiciones ambientales (Humedad ambiente y temperatura ambiental). Por eso es necesario predecir la Humedad de almacenamiento del tabaco (Y) para fijar la humedad (en %) a la salida del secadero (X_1) según la humedad del ambiente (X_2) en % y la temperatura ambiental (X_3) expresada en °C.

Humedad Almacenamiento (Y)	X_1 %	X_2 %	X_3 °C
17,12	18,27	70	26,5
16,99	18,41	70	26,5
16,55	17,85	62	30,5
18,2	19,8	62	30,5
16,8	18,2	60	31
17,7	19,96	53	29
16,5	18,75	50	29
15,4	17,63	50	29

Análisis de regresión lineal

Variable	N	R^2
Hum. Almacen.	8	0,99

Coeficientes de regresión y estadísticos asociados

Coef	Est.	EE	LI(95%)	LS(95%)	T	p-valor
const	-5,89	1,23	-9,32	-2,46	-4,77	0,0089
x1	0,87	0,05	0,75	1,00	19,10	<0,0001
x2	0,06	0,01	0,05	0,08	11,26	0,0004
x3	0,10	0,03	0,03	0,17	3,97	0,0165

Cuadro de Análisis de la Varianza (SC tipo I)

F.V.	SC	gl	CM	F	p-valor
Modelo	4,89	3	1,63	154,49	0,0001
x1	3,54	1	3,54	335,46	0,0001
x2	1,18	1	1,18	112,26	0,0004
x3	0,17	1	0,17	15,76	0,0165
Error	0,04	4	0,01		
Total	4,93	7			

Cuadro de Análisis de la Varianza (SC tipo III)

F.V.	SC	gl	CM	F	p-valor
Modelo	4,89	3	1,63	154,49	0,0001
x1	3,85	1	3,85	364,76	0,0001
x2	1,34	1	1,34	126,75	0,0004
x3	0,17	1	0,17	15,76	0,0165
Error	0,04	4	0,01		
Total	4,93	7			

a)¿Porqué piensa que se eligió este tipo de análisis para interpretar la variación en la humedad de almacenamiento del tabaco?
b)¿Puede usted decir si alguna de las variables explicativas permite explicar la humedad del tabaco al ingresar al silo? Fundamente estadísticamente su respuesta.
c) Estimar con una confianza del 95 % el cambio en la humedad de almacenamiento del tabaco por cada 1°C que aumenta la temperatura ambiente, a humedad ambiente y humedad de salida del secadero constantes.
d)¿Las variables explicativas están correlacionadas? Si su respuesta fuera SI, comente como influye esta relación sobre los resultados del análisis.
e) Explore a partir de gráficos de dispersión de puntos la relación entre pares de variables explicativas.
f) Si la secuencia de ingreso de variables explicativas al modelo de regresión múltiple hubiera sido otra, ¿Los resultados obtenidos se hubieran modificado?

8.- En un estudio de fertilización fosforada en cultivos de maíz en suelos ácidos, se deseaba conocer la influencia de algunas características de los suelos sobre la respuesta del rendimiento a la fertilización. Se midió el pH del suelo y el porcentaje de saturación de bases en 12 parcelas experimentales cultivadas con maíz. Cada parcela se dividió en dos mitades, una de las cuales recibió fertilizante fosforado. El incremento del rendimiento se midió como diferencia de rendimiento entre mitades de parcelas fertilizadas y no fertilizadas con fósforo, expresado como porcentaje del rendimiento de la mitad de la parcela no fertilizada.

pH	6.15	5.1	5.8	6.5	5.2	5.15	5.9	6.15	5.55	6.4	6.55	6.5
%Saturación	39	54	46	62	69	74	69	76	80	79	82	85
INCREMENT	42	37	37	20	20	18	18	4	2	2	-2	-7

a) Interprete los resultados del análisis de regresión que se presentan a continuación.

Analisis de Regresión Lineal

Variable	N	R^2	R^2Aj
INCREMENT	12	0.98	0.98

VARIABLES	COEFICIENTES	STD ERROR	STUDENT'S T	P
CONSTANTE	128.221	8.24303	15.56	<0.0001
SATURAC	-1.00840	0.05191	-19.42	0.00002
PH	-7.41101	1.39405	-5.32	0.0005

FV	GL	SC	CM	F	P
REGRESION	2	2931.38	1465.69	237.53	0.00001
RESIDUAL	9	55.5354	6.17060		
TOTAL	11	2986.92			

b) Escriba el modelo. Explique el significado de los coeficientes e indique en qué unidades se expresan.

c) Postule hipótesis para los parámetros de interés. Extraiga conclusiones con $\alpha = 0.05$. Explique qué significa α.

d) Estime el incremento del rendimiento esperado como consecuencia de la fertilización fosforada para una parcela con pH= 5.7 y una saturación de bases de 48%.

e) Calcule el residual no explicado por el modelo para la última parcela del experimento e indique si el modelo subestima o sobrestima el incremento del rendimiento en ese caso.

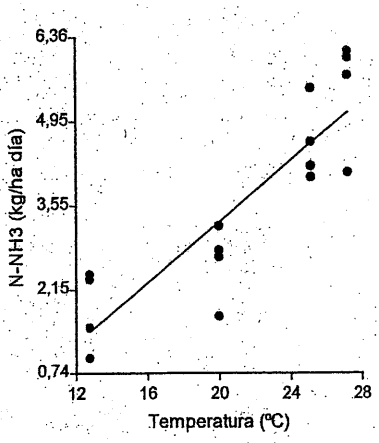
9.- La urea es el fertilizante nitrogenado de menor costo por unidad de nutriente. Las aplicaciones de este fertilizante en sistemas de siembra directa son frecuentemente en superficie. Sin embargo, aquella forma de aplicación no es la más eficiente ya que cuando la urea es aplicada, se pueden producir pérdidas significativas de nitrógeno debido a volatilización de amoníaco. Esta volatilización está regulada entre otras variables por la temperatura. Por tanto, se deseaba evaluar la magnitud de las pérdidas de nitrógeno como amoníaco en función de la temperatura. Con el objetivo de representar adecuadamente la variabilidad en algunas prácticas de manejo de la zona, se aplicaron distintas dosis de fertilizantes y se utilizaron dos genotipos con características contrastantes. A continuación se presentan los datos del citado experimento:

Temperatura (°C)	N-NH3 (kg/ha día)			
13	1,0	1,5	2,4	2,3
20	1,7	2,8	3,2	2,7
25	4,0	4,2	5,5	4,6
27	4,1	6,0	5,7	6,1

a) Si la temperatura es de 22°C. ¿Cuál será la pérdida estimada por volatilización de urea por hectárea? Y si la temperatura es de 13°C. ¿Cuál será la pérdida?

b) Luego de analizar sus costos, un productor decide que solo es conveniente la aplicación de urea si la pérdida no es mayor a 1,8 kg/ha día. Si la temperatura a aplicar es de 20°C, ¿le conviene aplicar el producto? Estimar a partir de un IC con una confianza del 95 %.

c) Indique los modelos asociados a los siguientes análisis:



MODELO I:_____

Análisis de regresión lineal

Variable	N	R^2
N vol	16	0,77

Coeficientes de regresión y estadísticos asociados

Coef	Est.	EE	LI(95%)	LS(95%)	T	p-valor
const	-1,95	0,83	-3,74	-0,17	-2,35	0,0342
Temp	0,26	0,04	0,18	0,34	6,91	<0,0001

Cuadro de Análisis de la Varianza

F.V.	SC	gl	CM	F	p-valor
Modelo	32,04	1	32,04	47,70	<0,0001
Temp	32,04	1	32,04	47,70	<0,0001
Error	9,40	14	0,67		
Total	41,44	15			

MODELO II:_____

Análisis de la varianza

Variable	N	R^2	R^2 Aj	CV
N-NH3	16	0,84	0,80	20,38

Cuadro de Análisis de la Varianza

F.V.	SC	gl	CM	F	p-valor
Modelo	34,93	3	11,64	21,47	<0,0001
Temp	34,93	3	11,64	21,47	<0,0001
Error	6,51	12	0,54		
Total	41,44	15			

Test:Tukey Alfa:=0,05 DMS:=1,54628

Error: 0,5424 gl: 12

Temp	Medias	n		
13	1,80	4	A	
20	2,60	4	A	
25	4,58	4		B
27	5,48	4		B

d) A continuación se incorporan los datos de las dosis utilizadas. Al respecto compruebe si es posible mejorar el ajuste de la ecuación utilizada en el punto a) incorporando esta variable. Plantee el modelo y su estimación.

N-NH3 (kg/ha día)	Temperatura (°C)	Dosis (kg/ha)
1.0	13	0
1.5	13	70
2.4	13	140
2.3	13	210
1.7	20	0
2.8	20	70
3.2	20	140
2.7	20	210
4.0	25	0
4.2	25	70
5.5	25	140
4.6	25	210
4.1	27	0
6.0	27	70
5.7	27	140
6.1	27	210

e) Incorpore al modelo planteado anteriormente una variable explicatoria genotipo. ¿Qué tipo de variable es? Cualitativa

Análisis de regresión lineal

Variable	N	R^2
N vol	16	0,86

Coeficientes de regresión y estadísticos asociados

Coef	Est.	EE	LI(95%)	LS(95%)	T	p-valor
const	-2,59	0,71	-4,13	-1,05	-3,64	0,0030
Temp	0,26	0,03	0,20	0,33	8,49	<0,0001
dosis	0,01	2,1E-03	1,5E-03	0,01	2,86	0,0135

Cuadro de Análisis de la Varianza (SC tipo III)

F.V.	SC	gl	CM	F	p-valor
Modelo	35,67	2	17, 38	40,12	<0,0001
Temp	32,04	1	32,04	72,09	<0,0001
Dosis	3,63	1	3,63	8,16	0,0135
Error	5,78	13	0,44		
Total	41,44	15			

Análisis de regresión con variables categóricas y de covarianza

1) En un tambo de la Provincia de Buenos Aires se desea estudiar la relación funcional entre la producción total de leche (litros/vaca) (PT), y variables supuestamente relacionadas con la producción de leche como: la duración de la lactancia (días) (X_1) y la época de parición (otoño o primavera). Se ajustó un modelo de regresión múltiple incluyendo todas las variables (X_1= duración, X_2=0 en otoño, X_2=1 en primavera). A continuación se muestran los resultados del análisis.

Variable	N	R^2	R^2 Aj	CV
PT (lts)	25	0.80	0.76	9.34

Coeficientes de regresión y estadísticos asociados

Coef	Est.	EE	LI(95%)	LS(95%)	T	p-valor
const	1861,96	611,31	647,86	3076,07	3,05	0,0030
Duración	12,80	1,70	9,42	16,17	7,53	<0,0001
Epoca	169,7	678,51	34,943	304,46	0,25	0,142
Dur*epoca	6,48	1,82	2.86	10.32	3,55	0,0006

a) Plantee el modelo e identifique parámetros, variables independientes o fijas y variables aleatorias en términos del problema.
b) Pruebe la siguiente hipótesis con un alfa de 0.05. "El efecto de aumentar en un día la duración de la lactancia en los litros de leche producida es igual para ambas épocas de parición". Concluya en términos del problema.
c) Formule y concluya, en términos agronómicos y estadísticos, las restantes pruebas de hipótesis que considere necesarias. Utilice el mismo alfa.
d) En función de b y c realice un gráfico ilustrativo de la relación entre la producción total de leche, la duración y la época de parición.
e) Estime los litros totales de leche producidos en otoño, con una duración de la lactancia de 90 días.
f) Discuta la ventajas y/ o desventajas de incluir en el modelo de regresión la época de parición como variable categórica en lugar de estudiar su efecto en forma separada con un modelo de un factor con dos niveles.

2) La contaminación de los pozos de agua debida a la actividad ganadera es un problema creciente. La alta carga animal parecería ser el factor más importante en incrementar la contaminación. La producción de carne se está tornando cada vez más intensiva, incrementando el número de cabezas por unidad de superficie. Para poder analizar el impacto de este problema, se realizó un muestreo de 40 establecimientos ganaderos de la provincia de Entre Ríos. Estos establecimientos diferían, entre otras cosas, en las cargas animales. En cada campo se tomó una muestra de agua del pozo de la casa y otra muestra de otro pozo realizado por los investigadores a más de 500 metros del casco. Las muestras fueron analizadas en el laboratorio para establecer los valores de Nitratos (mg/litro) de cada uno de los pozos. Estos dos datos fueron promediados para tener un sólo dato por establecimiento.

a) ¿Cuales son las unidades experimentales? ¿cuáles serían en este problema las unidades observacionales?
b) Genere un modelo con parámetros, y otro con los valores de los estimadores, que permita predecir la contaminación de nitratos en función de la carga animal para la zona donde se hicieron los muestreos. Indique el rango de los subíndices y las unidades de cada componente del modelo.
c) Estime la concentración de nitratos esperada con un nivel de confianza del 95% para un establecimiento con una carga de 10 animales/ha (carga promedio entre todos los establecimientos 19.96 animales/ha).(Salida 1)
d) Calcule e interprete el coeficiente de determinación para este modelo.
e) Discuta la siguiente afirmación: "La relación SC_{Modelo} / SC_{Total} debe ser mayor a 0.8 para que el modelo sea considerado apropiado"

SALIDA 1

Coeficientes de regresión y estadísticos asociados

Coef	Est.	$LI_{95\%}$	$LS_{95\%}$	p-valor
const	-14,41	-40,42	11,60	0,2691
Carga	4,75	3,60	5,90	<0,0001

Cuadro de Análisis de la Varianza (SC tipo III)

F.V.	SC	gl	CM	F	p-valor
Modelo	98437,31	1	98437,31	69,37	<0,0001
Carga	98437,31	1	98437,31	69,37	<0,0001
Error	53922,43	38	1419,01		
Total	152359,74	39			

f) Más adelante, los especialistas pudieron generar un nuevo modelo que incluía el tipo de alimentación. Escriba el nuevo modelo estimado y asigne valores Z=1 para la alimentación a base de pasturas y Z=0 para la alimentación con concentrados.

g) Plantee y evalúe las hipótesis que cree relevantes en el orden lógico apropiado.(Salida 2) Alfa=0.05

h) ¿Como interpreta el estimador CxA = -1.83? ¿Cuales son sus unidades?

i) Al incorporar la nueva variable alimentación ¿Cuál es el incremento en la variabilidad de la concentración de nitratos explicada por el modelo?

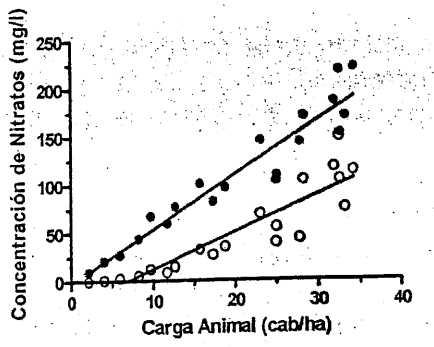


Figura 1: Concentración de nitratos en función de la carga animal para alimentación a base de pasturas (círculos vacíos) y a base de concentrados (círculos llenos)

SALIDA 2

Coeficientes de regresión y estadísticos asociados

Coef	Est.	$LI_{95\%}$	$LS_{95\%}$	p-valor
b_o	-2,87	-22,62	16,87	0,7696
Carga	5,67	4,79	6,54	<0,0001
Alim	-23,08	-51,00	4,85	0,1024
CxA	-1,83	-3,07	-0,59	0,0049

Cuadro de Análisis de la Varianza (SC tipo III)

F.V.	SC	gl	CM	F	p-valor
Modelo	137695,85	3	45898,62	112,68	<0,0001
Carga	70039,84	1	70039,84	171,95	<0,0001
Alim	1144,12	1	1144,12	2,81	0,1024
CxA	3663,27	1	3663,27	8,99	0,0049
Error	14663,89	36	407,33		
Total	152359,74	39			

3) El mes de inicio de la estación de crecimiento de la vegetación, es uno de los determinantes mas importantes de la disponibilidad y calidad del forraje para las majadas patagónicas, en especial en el periodo que comprende el fin de la gestación, los partos y el inicio de la lactancia. Se ha mostrado en algunos estudios que un inicio precoz de la estación de crecimiento, propicia el nacimiento de corderos más pesados, y por lo tanto más resistentes al clima adverso. Para probar estas afirmaciones, un grupo de investigadores del INTA Trelew (Chubut), obtuvieron el peso promedio de los corderos (Peso en Kg.) nacidos en 18 establecimientos en los cuales la estación de crecimiento se inició en agosto, septiembre, octubre (MesIC), además de la temperatura promedio en septiembre-octubre (T en °C), cuando los partos ocurren. A continuación mostramos los datos que se obtuvieron:

a) Grafique el peso promedio de los corderos en función del mes de inicio de la estación de crecimiento de los establecimientos. Realice un gráfico en el que pueda estudiar la relación entre el peso de los corderos y la temperatura. ¿Que puede observar?
b) Plantee un modelo que contenga todas las variables medidas y le permita poner a prueba la hipótesis de que no hay efecto del mes de inicio del período de crecimiento en el peso de los corderos. Identifique parámetros y variables en términos del problema.
c) Ponga a prueba la hipótesis planteada en b) con los resultados que figuran a continuación. Concluya.
d) Interprete el valor p asociado a la temperatura promedio del mes.
e) Mencione los supuestos necesarios para que sea válido el análisis realizado.

T (°C)	Peso	Mes IC
4.2	4.7	A
3.8	5.3	A
4.3	5.8	A
5.5	5.1	A
3	5.4	A
6.3	5.9	A
4.7	4.6	S
4.2	4.8	S
4.9	4.9	S
5.3	5	S
5.4	5.2	S
5.2	4.8	S
3.1	3.4	O
6.1	3.9	O
6	3.8	O
5.9	4.2	O
6.3	4.9	O
6.8	4.8	O

Análisis de la varianza

Variable	N	R^2	R^2 Aj	CV
Peso	18	0.73	0.67	7.81

Cuadro de Análisis de la Varianza (SC tipo III)

F.V.	SC	gl	CM	F	p-valor	Coef
Modelo	5.34	3	1.78	12.64	0.0003	
Mes	5.33	2	2.67	18.95	0.0001	
T (°C)	0.96	1	0.96	6.85	0.0203	0.24
Error	1.97	14	0.14			
Total	7.31	17				

4) Un investigador estaba interesado en lograr variedades de habas con mayor contenido de ácido ascórbico (Y), expresado en mg/100 gr. de peso seco. Por experiencias previas, se sabe que el aumento de madurez produce una disminución en el contenido de esta vitamina. En un experimento se compararon dos variedades que no tenían la misma madurez al momento de cosecha y debido a que todas las parcelas de una variedad dada no alcanzaban el mismo nivel de madurez en el mismo día, no era posible homogeneizar esa variable. Así es que se observó el porcentaje de materia seca basado en 100 gr. de habas recién cosechadas como un índice de madurez, usándola como covariable (X). Los resultados se muestran a continuación:

Variedad	Replicación									
	1		2		3		4		5	
	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
1	37.7	66.9	38.2	74.1	40.3	64.7	39.4	69.3	41.3	63.2
2	34.5	61.5	31.5	83.4	31.1	93.9	36.1	69.0	38.5	46.9

a) Realice un diagrama de dispersión del contenido de ácido ascórbico y porcentaje de materia seca indicando con símbolos diferentes las dos variedades de habas. Coméntelo.
b) Compare mediante un análisis de varianza el contenido promedio de ácido ascórbico de las dos variedades sin considerar el nivel de madurez.
c) Plantee un modelo que considera la variable concomitante y analícelo estadísticamente.

5) Un nuevo método de estimación de la productividad neta aérea (PPNA), basado en índices espectrales derivados de imágenes satelitales, ha sido propuesto por un grupo de investigadores. Otro grupo de investigadores cuestionaron la utilidad de este índice, en especial para sitios con precipitaciones medias anuales (PMA) extremas, esto es, o muy bajas o muy altas. Para poner a prueba si este índice es afectado por PMAs extremas, los investigadores del primer grupo, estimaron la productividad (en sitios con PPNA conocida) en localidades con alta PMA (>1500 mm/año) y baja PMA (<300 mm/año). Para esto tomaron 10 sitios al azar en cada régimen de precipitación.

El modelo propuesto fue el siguiente

$PPNA = B_0 + B_1 * Est.IE + B_2 * D + B_3 * D * Est.IE + error$
$D = 0$ si la PMA es alta, $D = 1$ si la PMA es baja.

Y los resultados fueron:

coef	Est.	EE	t	p-valor
b0	398.67	86.56	4.61	0.0003
b1	0.17	0.17	1.01	0.3264
b2	-419.9	102.53	-4.1	0.0008
b3	0.9	0.23	3.85	0.0014

a) Grafique las rectas de regresión para ambas situaciones de precipitación. Interprete el gráfico en términos del problema.
b) Ponga a prueba la hipótesis de que en ambos regímenes de precipitación, los parámetros de la regresión entre PPNA y el estimador por índices espectrales (Est.IE) son iguales.
c) En que condiciones, el índice propuesto resultó un estimador útil de la PPNA?

PPNA	Est. IE	PMA
250	235	Baja
230	260	Baja
307	278	Baja
304	295	Baja
405	395	Baja
456	419	Baja
391	409	Baja
326	320	Baja
295	360	Baja
509	475	Baja
467	502	Alta
456	598	Alta
456	469	Alta
498	503	Alta
543	498	Alta
501	392	Alta
498	536	Alta
521	495	Alta
405	387	Alta
510	598	Alta

TABLA 1 NUMEROS AL AZAR

Aunque la aplicación de la teoría del muestreo supone que las muestras que se extraen son aleatorias, el real cumplimiento de la aleatoriedad, es extremadamente dificultoso por métodos comunes.

Para extraer muestras aleatorias o para aleatorizar con otros propósitos, se recurre a una tabla de números al azar, entendiéndose por tal, aquella serie de dígitos o combinaciones de dígitos que se han obtenido a través de un proceso adecuado y luego sometida a una serie de pruebas que confirmaron su bondad.

Tabla de números al azar

*Descripción :

Se presenta en bloques de cinco dígitos en cada fila y con separación cada cinco filas.

**Uso de la tabla :*

La operatoria de uso se define antes de comenzar , precisando:punto de iniciación, dirección y sentido.

1) Supongamos que necesitamos los diez dígitos ordenados aleatoriamente.Definimos : Punto de iniciación : fila 10 , columna 31
Dirección : vertical
Sentido : de arriba hacia abajo

Buscamos el valor inicial.Resultado:3, continuando en esta columna hacia abajo tenemos:

3-8-3-1-6-6-3-0-7-3-5-1-3-7-9-0-2-5-5-8-8-6-2-3-0-5-0-3-5-5-8-4

Solución:3-8-1-6-0-7-5-9-2-4 . Hemos tenido que saltear varios dígitos por ser repeticiones de otros aparecidos antes,hasta lograr los 10.

2) Supongamos que necesitamos 8 pares de valores(dos dígitos), menores de 75.Definiendo:Punto de iniciación :Fila 10 ,columna 19
Dirección :Horizontal
Sentido :Hacia la derecha

Resultado y solución:

~~89~~ -20 -47 -10 -60 -~~78~~ -39 -70 -14 -65 -

Los valores 89 y 78 se descartan por superar el límite dado de 75

3) Para conseguir una mejor aleatorización que la expuesta precedentemente,el punto de iniciación, la dirección, el sentido y algunas condiciones adicionales podrían surgir aleatoriamente de la siguiente manera: Definimos previamente que con la mecánica descripta en los apartados 1) y 2) extraemos de la tabla un número de siete dígitos, de los cuales:

- Los dos primeros corresponden al número de columna.
- Los dos siguientes corresponden al número de fila.
- El siguiente corresponde a la dirección: 1 ó 2 horizontal
  3 ó 4 vertical
  5 ó 6 diagonal 45º225°
  7 u 8 " 135°-315°
- El siguiente corresponde al sentido.
  si es diagonal o vertical { Impar-hacia arriba / Par-hacia abajo
  si es horizontal..... { Impar-hacia la derecha / Par-hacia la izquierda
- El siguiente corresponde a la secuencia.
  Impar:tomar dígitos corridos.
  Par:tomar dígitos salteando uno cada vez

Nota:el cero se toma como dígito par

Retomando el ejemplo del apartado 1 sería:

38- Columna:38
31- Fila:31
6- Dirección:diagonal 045°- 225°
6- Sentido:hacia abajo.
3- Secuencia:dígitos corridos.

Recién ahora buscaríamos los dígitos partiendo del punto inicial indicado y con el resto de las indicaciones también obtenidas aleatoriamente.

#4) Se desea aleatorizar diez ovinos que serán sometidos a distintos tratamientos

Iniciación:fila 1 columna 80
Dirección:Horizontal
Sentido:hacia la izquierda también

Se numeraron los animales y los tratamientos de manera que al animal n°1 se le aplicará el número de tratamiento que salga primero, y así sucesivamente.

Resultado y solución:

Animal	1	2	3	4	5			6	7		8					9		10
Tratamiento	3	4	1	7	9	1	3	2	5	5	8	1	1	8	9	0	7	6

Nota: se pueden invertir,si así se estableciera previamente,los números de tratamientos por los números de animales de la siguiente manera

Tratamiento	1	2	3	4	5			6	7		8					9		10
Animal	3	4	1	7	9	1	3	2	5	5	8	1	1	8	9	0	7	6

#5) Se tienen 8 parcelas y se desea aplicar 4 fertilizantes distintos,replicando cada uno en 2 parcelas.

Iniciación:1°columna,fila 21
Dirección:Horizontal
Sentido:Derecha

Se numeran las parcelas correlativamente(1 a 8).A las dos primeras se le aplicará el fertilizante A, a las dos siguientes el B,y así sucesivamente.
Se van dejando de lado los repetidos como así también si aparecieran los dos valores 0 y 9 que no se adjudicaron a ninguna parcela.

Parcela	5	5	4	9	5	1	0	0	3	5	7	5	5	0	0	7	3	8	6	4	6	6	9	6	5	2	9	6	6
Fertil.	A		A			B			B		C							C	D							D			

1 B	2 D	3 B	4 A
5 A	6 D	7 C	8 C

TABLA 1 – NUMEROS AL AZAR

49391	96459	60804	54429	58856	10955	79961	42307	29459	39909	30814	19343	18670	98118	55231	97143
24406	71050	74479	32539	27203	02453	25562	15222	12368	51399	61137	82715	79463	58089	29293	42263
56806	57536	73881	92561	81536	20251	63723	25649	09901	89262	47885	87927	59891	68897	46995	56192
01311	15524	69826	15139	32502	10870	23646	26414	46494	49125	57964	90262	68554	00762	57445	55795
56950	41957	54988	56955	60842	34479	99767	04968	34250	73233	04383	81116	52590	66966	61079	83476
71638	74143	87667	03755	46326	40926	64556	02689	49125	00671	51943	52608	60923	79723	10789	37379
82068	67561	82886	63818	37962	53802	37783	19827	74027	97718	23817	85394	88673	20032	11181	52266
41419	76434	09970	17549	98391	97636	94944	69615	36799	56428	70072	95729	48448	42741	27454	77436
58848	38678	68031	22186	29514	50661	02210	36130	89733	20506	45569	00565	15212	67293	22316	06686
22751	89026	45803	72789	20471	06078	39701	46539	53907	80309	44934	37512	03668	54920	14039	82500
32584	47736	15442	50434	80420	43555	85140	43489	19628	61421	38181	68505	03466	82500	19883	00901
53043	69110	84002	95358	82344	33855	36375	25433	04040	25788	59173	91278	50680	23183	65570	14569
27683	41384	23474	92444	73096	10041	16081	44347	80895	06391	76083	28274	07257	73393	51725	74456
58467	61899	16607	30003	32314	95142	60376	44560	09712	47857	99688	54317	03744	11819	02823	58284
09953	15173	50624	89922	59724	36127	68399	05558	50231	62200	20272	42467	18932	16530	64029	67328
48827	14636	50594	53336	36606	91191	32792	90431	63679	71616	37345	75347	67471	86631	17832	97908
57631	23706	28310	23412	07040	60848	02783	04858	17865	00103	80531	17035	71868	63678	83269	65940
84481	82769	75876	90082	45411	30757	71149	04549	19966	32657	51010	52039	75316	53683	09014	26735
37142	82751	40745	76845	92569	59011	31744	53772	77687	48023	99179	21829	04802	74350	09180	15238
69447	18552	84969	95327	61872	63170	57625	71000	45549	00830	46866	94668	69973	60268	94861	25825
26489	69389	62730	80593	90820	25107	16570	75449	15359	55135	20768	59461	06591	92979	99528	11903
13375	41319	29491	20155	97035	48695	33076	71826	74436	23644	94526	89833	50443	19878	48969	53288
50270	60904	40839	07773	21274	44921	79404	58256	82052	10140	37262	81255	17306	67693	64363	39749
99310	48030	33084	69636	99810	11345	93902	64672	47217	50783	51388	03348	94475	29232	22805	39999
79216	04543	09920	08654	28500	81193	03360	67838	79536	52151	76180	69213	54005	45824	87286	31604
55495	41003	57750	07386	46696	52966	28032	41044	33112	16703	03965	96899	62521	71284	25062	63564
13977	20623	37809	58517	02685	73102	55909	59564	40190	48154	74417	76493	50220	75602	54710	34179
93431	55027	06637	03969	20506	61067	59542	68467	25331	10074	17317	57304	44422	33837	60768	18911
71471	13802	79984	95285	66580	25394	87655	06479	90678	15199	57149	27494	06953	68856	63875	73014
41962	81618	83041	20985	34902	56457	84876	95156	39168	76737	50702	59880	39185	15263	44788	59257
55043	65464	50199	56942	29998	17499	60937	63832	75940	35530	58508	40353	59740	91553	32560	85821
03413	34958	06712	64212	97985	52874	29668	22586	00304	35607	68597	11842	17617	10559	84559	32544
91824	15493	65782	26140	99729	61879	37081	61974	29186	10121	55676	31304	62403	79126	36486	22729
79975	52627	38997	63196	12786	71571	03458	37398	90969	65172	38969	36884	78403	62575	98073	56117
89941	68421	04483	92780	88671	71528	55001	79461	67876	93571	07180	72597	45126	38376	62572	66783
90274	13441	54818	04721	70251	56368	06167	17300	62790	66139	35097	01265	59472	58652	78213	30119
65238	97474	62615	14974	90042	66436	38825	81695	37123	90883	64307	46263	61851	77982	90479	69592
51536	99163	11864	49845	70475	14141	54962	65392	16484	19687	20011	69906	66770	64646	77549	15156
72015	27998	87540	05978	69255	73645	55046	36488	08432	64192	52423	80975	02041	10810	02546	11121
16998	32035	78303	31033	11491	16510	81600	63195	73892	77040	47051	90120	78608	71228	59760	65225
80146	93203	17299	65812	89575	73248	41834	93756	35149	66397	17834	47141	92834	70101	23512	23900
47102	25487	07900	86985	99747	23536	09486	32164	95795	85636	26547	32449	18322	89454	79480	89925
84837	07999	63576	49001	32499	57890	07337	88399	27042	40433	01519	04285	05249	82227	25475	37143
99820	55967	62765	54160	20481	48130	60272	06738	42955	49289	00745	36084	14403	14364	11053	49613
57793	77455	08971	65624	64131	47478	60238	48446	57810	17126	94074	27899	44488	54917	94783	95499
16503	48732	04235	85523	18715	40092	38591	05481	42836	72751	29691	34060	93184	17059	89675	99268
40465	24032	51103	08510	33649	12162	64151	35137	57102	93370	32184	71355	15214	26947	31492	02847
67329	50851	35952	17358	42291	94769	16562	74158	62303	81987	54476	42330	27412	42313	60182	17388
88047	73983	12634	06301	06579	46883	49131	09336	11294	44188	72622	72631	32816	78937	58318	25940
34237	08261	53084	44868	34634	32106	18058	15860	79329	62801	59164	01151	51817	73518	83969	32428

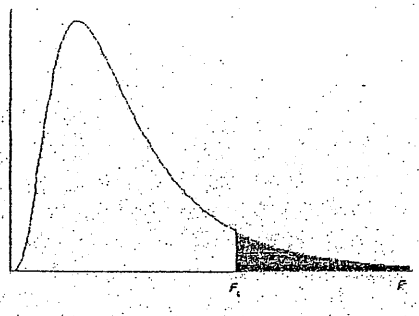
TABLA 14 – t DE STUDENT: t(Q/gl)

gl	Q=,10	Q=,05	Q=,025	Q=,01	Q=,005	Q=,001	Q=,0005
1	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	318,309	636,619
2	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	22,327	31,599
3	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	10,215	12,924
4	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	7,173	8,610
5	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	5,893	6,869
6	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,208	5,959
7	1,415	1,895	2,365	2,998	3,500	4,785	5,408
8	1,397	1,860	2,306	2,897	3,355	4,501	5,041
9	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,297	4,781
10	1,372	1,813	2,228	2,764	3,169	4,144	4,587
11	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,025	4,437
12	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	3,930	4,318
13	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	3,852	4,221
14	1,345	1,761	2,145	2,625	2,977	3,787	4,141
15	1,341	1,753	2,131	2,603	2,947	3,733	4,073
16	1,337	1,746	2,120	2,584	2,921	3,686	4,015
17	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,646	3,965
18	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,611	3,922
19	1,328	1,729	2,093	2,540	2,861	3,579	3,883
20	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,552	3,850
21	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,527	3,819
22	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,505	3,792
23	1,320	1,714	2,069	2,500	2,807	3,485	3,768
24	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,467	3,745
25	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,450	3,725
26	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,435	3,707
27	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,421	3,690
28	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,408	3,674
29	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,396	3,659
30	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,385	3,646
35	1,306	1,690	2,030	2,438	2,724	3,340	3,591
40	1,303	1,684	2,021	2,423	2,705	3,307	3,551
45	1,301	1,679	2,014	2,412	2,690	3,282	3,520
50	1,299	1,676	2,009	2,403	2,678	3,261	3,496
55	1,297	1,673	2,004	2,396	2,668	3,245	3,476
60	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660	3,232	3,460
65	1,295	1,669	1,997	2,385	2,654	3,220	3,447
70	1,294	1,667	1,994	2,381	2,648	3,211	3,435
75	1,293	1,665	1,992	2,377	2,643	3,203	3,425
80	1,292	1,664	1,990	2,374	2,639	3,195	3,416
85	1,292	1,663	1,988	2,371	2,635	3,189	3,409
90	1,291	1,662	1,987	2,369	2,632	3,183	3,402
95	1,291	1,661	1,985	2,366	2,629	3,178	3,396
100	1,290	1,660	1,984	2,364	2,626	3,174	3,391
110	1,289	1,659	1,982	2,361	2,621	3,166	3,381
120	1,289	1,658	1,980	2,358	2,617	3,160	3,374
130	1,288	1,657	1,978	2,355	2,614	3,154	3,367
140	1,288	1,656	1,977	2,353	2,611	3,150	3,361
150	1,287	1,655	1,976	2,352	2,609	3,146	3,357
inf	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576	3,090	3,291

Hallar el valor de la variable F, en una distribución con $n_1 = 5$, $n_2 = 10$ grados de libertad, sabiendo que la probabilidad de sobrepasar ese valor es de 0.05.

$P(F_{5,10} > F_c) = 0.05$

$F_{5;10;0.05} = 3.326$



FUNCION F(Q=0.010/n1,n2)

n2 / n1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	4052.	5000.	5403.	5625.	5764.	5859.	5928.	5981.	6022.	6056.	6083.	6106.	6126.	6143.	6157.
2	98.50	99.00	99.17	99.25	99.30	99.33	99.36	99.37	99.39	99.40	99.41	99.42	99.42	99.43	99.43
3	34.12	30.82	29.46	28.71	28.24	27.91	27.67	27.49	27.34	27.23	27.13	27.05	26.98	26.93	26.87
4	21.20	18.00	16.69	15.98	15.52	15.21	14.98	14.80	14.66	14.55	14.45	14.37	14.31	14.25	14.20
5	16.26	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.46	10.29	10.16	10.05	9.962	9.888	9.825	9.770	9.722
6	13.75	10.92	9.780	9.148	8.746	8.466	8.260	8.102	7.976	7.874	7.789	7.718	7.658	7.605	7.559
7	12.25	9.547	8.451	7.847	7.460	7.192	6.993	6.840	6.719	6.620	6.538	6.469	6.410	6.359	6.314
8	11.26	8.649	7.591	7.006	6.632	6.371	6.178	6.029	5.911	5.814	5.734	5.667	5.609	5.559	5.515
9	10.56	8.022	6.992	6.422	6.057	5.802	5.613	5.467	5.351	5.257	5.178	5.111	5.055	5.005	4.962
10	10.04	7.559	6.552	5.994	5.636	5.386	5.200	5.057	4.942	4.849	4.771	4.706	4.650	4.601	4.558
11	9.646	7.206	6.217	5.668	5.316	5.069	4.886	4.745	4.632	4.539	4.462	4.397	4.342	4.293	4.251
12	9.330	6.927	5.952	5.412	5.064	4.821	4.640	4.499	4.388	4.296	4.220	4.155	4.100	4.052	4.010
13	9.074	6.701	5.740	5.205	4.862	4.620	4.441	4.302	4.191	4.100	4.024	3.960	3.905	3.857	3.815
14	8.861	6.515	5.564	5.035	4.695	4.456	4.278	4.140	4.030	3.939	3.864	3.800	3.745	3.698	3.656
15	8.683	6.359	5.417	4.893	4.556	4.318	4.141	4.004	3.895	3.805	3.730	3.666	3.612	3.564	3.522
16	8.531	6.226	5.292	4.773	4.437	4.202	4.026	3.890	3.780	3.691	3.616	3.553	3.498	3.451	3.409
17	8.400	6.112	5.185	4.669	4.336	4.102	3.927	3.791	3.682	3.593	3.519	3.455	3.401	3.353	3.312
18	8.286	6.013	5.092	4.579	4.248	4.015	3.841	3.705	3.597	3.508	3.434	3.371	3.316	3.269	3.227
19	8.185	5.926	5.010	4.500	4.171	3.939	3.765	3.631	3.522	3.434	3.360	3.297	3.242	3.195	3.153
20	8.096	5.849	4.938	4.431	4.103	3.871	3.699	3.564	3.457	3.368	3.294	3.231	3.177	3.130	3.088
24	7.823	5.614	4.718	4.219	3.895	3.667	3.496	3.363	3.256	3.168	3.094	3.032	2.978	2.930	2.889
30	7.563	5.390	4.510	4.018	3.699	3.473	3.304	3.173	3.067	2.979	2.906	2.843	2.789	2.742	2.700
40	7.314	5.178	4.313	3.828	3.514	3.291	3.124	2.993	2.888	2.801	2.727	2.665	2.611	2.563	2.522
50	7.171	5.057	4.199	3.720	3.408	3.186	3.020	2.890	2.785	2.698	2.625	2.562	2.508	2.461	2.419
60	7.077	4.977	4.126	3.649	3.339	3.119	2.953	2.823	2.718	2.632	2.559	2.496	2.442	2.394	2.352
100	6.895	4.824	3.984	3.513	3.206	2.988	2.823	2.694	2.590	2.503	2.430	2.368	2.313	2.265	2.223
120	6.851	4.787	3.949	3.479	3.173	2.956	2.792	2.663	2.559	2.472	2.399	2.336	2.282	2.234	2.191
150	6.807	4.749	3.915	3.447	3.142	2.924	2.761	2.632	2.528	2.441	2.368	2.305	2.251	2.203	2.160
200	6.763	4.713	3.881	3.414	3.110	2.893	2.730	2.601	2.497	2.411	2.337	2.275	2.220	2.172	2.129
inf	6.635	4.605	3.782	3.319	3.017	2.802	2.639	2.511	2.407	2.321	2.248	2.185	2.130	2.082	2.039

FUNCION F(Q=0,010/n1,n2)

n2 / n1	16	17	18	19	20	24	30	40	50	60	100	120	150	200	inf
1	6170,	6181,	6192,	6201,	6209,	6235,	6261,	6287,	6303,	6313,	6334,	6339,	6345,	6350,	6250,
2	99,44	99,44	99,44	99,45	99,45	99,46	99,47	99,47	99,48	99,48	99,49	99,49	99,49	99,49	99,50
3	26,82	26,79	26,75	26,72	26,69	26,60	26,50	26,41	26,36	26,32	26,24	26,22	26,20	26,18	26,09
4	14,15	14,11	14,08	14,05	14,02	13,93	13,84	13,75	13,69	13,65	13,58	13,56	13,54	13,52	13,47
5	9,681	9,643	9,610	9,579	9,553	9,466	9,379	9,291	9,238	9,202	9,130	9,112	9,093	9,075	9,025
6	7,519	7,483	7,450	7,422	7,396	7,313	7,229	7,143	7,092	7,057	6,987	6,969	6,951	6,933	6,881
7	6,275	6,240	6,209	6,181	6,155	6,074	5,992	5,908	5,858	5,823	5,755	5,737	5,720	5,702	5,650
8	5,476	5,442	5,412	5,384	5,359	5,279	5,198	5,116	5,065	5,032	4,963	4,946	4,929	4,911	4,857
9	4,924	4,890	4,860	4,833	4,808	4,729	4,649	4,567	4,517	4,483	4,415	4,398	4,380	4,363	4,310
10	4,520	4,487	4,457	4,430	4,405	4,327	4,247	4,165	4,115	4,082	4,014	3,996	3,979	3,962	3,909
11	4,213	4,180	4,150	4,123	4,099	4,021	3,941	3,860	3,810	3,776	3,708	3,690	3,673	3,656	3,602
12	3,972	3,939	3,909	3,883	3,858	3,780	3,701	3,619	3,569	3,535	3,467	3,449	3,432	3,414	3,360
13	3,778	3,745	3,716	3,689	3,665	3,587	3,507	3,425	3,375	3,341	3,272	3,255	3,237	3,219	3,165
14	3,619	3,586	3,556	3,529	3,505	3,427	3,348	3,266	3,215	3,181	3,112	3,094	3,076	3,058	3,004
15	3,485	3,452	3,423	3,396	3,372	3,294	3,214	3,132	3,081	3,047	2,977	2,959	2,942	2,923	2,869
16	3,372	3,339	3,310	3,283	3,259	3,181	3,101	3,018	2,967	2,933	2,863	2,845	2,827	2,808	2,753
17	3,275	3,242	3,212	3,186	3,162	3,083	3,003	2,920	2,869	2,835	2,764	2,746	2,728	2,709	2,653
18	3,190	3,158	3,128	3,101	3,077	2,999	2,919	2,835	2,784	2,749	2,678	2,660	2,641	2,623	2,566
19	3,117	3,084	3,054	3,027	3,003	2,925	2,844	2,761	2,709	2,674	2,602	2,584	2,565	2,547	2,489
20	3,051	3,018	2,989	2,962	2,938	2,859	2,778	2,695	2,643	2,608	2,535	2,517	2,498	2,479	2,421
24	2,852	2,819	2,789	2,762	2,738	2,659	2,577	2,492	2,440	2,403	2,329	2,310	2,291	2,271	2,211
30	2,663	2,630	2,600	2,573	2,549	2,469	2,386	2,299	2,245	2,208	2,131	2,111	2,091	2,070	2,006
40	2,484	2,451	2,421	2,394	2,369	2,288	2,203	2,114	2,058	2,019	1,938	1,917	1,896	1,874	1,805
50	2,382	2,348	2,318	2,290	2,265	2,184	2,098	2,007	1,949	1,909	1,825	1,803	1,780	1,757	1,683
60	2,315	2,281	2,251	2,223	2,198	2,115	2,028	1,936	1,877	1,836	1,749	1,726	1,703	1,678	1,601
100	2,185	2,151	2,120	2,092	2,067	1,983	1,893	1,797	1,735	1,692	1,598	1,572	1,546	1,518	1,427
120	2,154	2,119	2,089	2,060	2,035	1,950	1,860	1,763	1,700	1,656	1,559	1,533	1,506	1,477	1,381
150	2,122	2,088	2,057	2,029	2,003	1,918	1,827	1,729	1,665	1,620	1,520	1,493	1,465	1,435	1,331
200	2,091	2,057	2,026	1,997	1,971	1,886	1,794	1,694	1,629	1,583	1,481	1,453	1,423	1,391	1,279
inf	2,000	1,965	1,934	1,905	1,878	1,791	1,696	1,592	1,523	1,473	1,358	1,325	1,288	1,247	1,000

FUNCION F(Q=0,025/n1,n2)

n2 / n1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	647,8	799,5	864,2	899,6	921,8	937,1	948,2	956,7	963,3	968,6	973,0	976,7	979,8	982,5	984,9
2	38,51	39,00	39,17	39,25	39,30	39,33	39,36	39,37	39,39	39,40	39,41	39,41	39,42	39,43	39,43
3	17,44	16,04	15,44	15,10	14,89	14,73	14,62	14,54	14,47	14,42	14,37	14,34	14,30	14,28	14,25
4	12,22	10,65	9,979	9,604	9,364	9,197	9,074	8,980	8,905	8,844	8,794	8,751	8,715	8,684	8,657
5	10,01	8,434	7,763	7,388	7,146	6,978	6,853	6,757	6,681	6,619	6,568	6,524	6,488	6,456	6,428
6	8,813	7,260	6,599	6,227	5,988	5,820	5,695	5,600	5,523	5,461	5,410	5,366	5,329	5,297	5,269
7	8,073	6,542	5,890	5,523	5,285	5,118	4,995	4,899	4,823	4,761	4,709	4,666	4,629	4,596	4,568
8	7,571	6,060	5,416	5,053	4,817	4,652	4,529	4,433	4,357	4,295	4,243	4,200	4,162	4,130	4,101
9	7,209	5,715	5,078	4,718	4,485	4,320	4,197	4,102	4,026	3,964	3,912	3,868	3,831	3,798	3,769
10	6,937	5,456	4,826	4,468	4,236	4,072	3,950	3,855	3,779	3,717	3,665	3,621	3,583	3,550	3,522

FUNCION F(Q=0.025/n1,n2)

n2 / n1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
11	6,724	5,256	4,630	4,275	4,044	3,881	3,759	3,664	3,588	3,526	3,474	3,430	3,392	3,359	3,330
12	6,554	5,096	4,474	4,121	3,891	3,728	3,606	3,512	3,436	3,374	3,321	3,277	3,239	3,206	3,177
13	6,414	4,965	4,347	3,996	3,767	3,604	3,483	3,388	3,312	3,250	3,197	3,153	3,115	3,082	3,053
14	6,298	4,857	4,242	3,892	3,663	3,501	3,380	3,285	3,209	3,147	3,095	3,050	3,012	2,979	2,949
15	6,200	4,765	4,153	3,804	3,576	3,415	3,293	3,199	3,123	3,060	3,008	2,963	2,925	2,892	2,862
16	6,115	4,687	4,077	3,729	3,502	3,341	3,219	3,125	3,049	2,986	2,934	2,889	2,851	2,817	2,788
17	6,042	4,619	4,011	3,665	3,438	3,277	3,156	3,061	2,985	2,922	2,870	2,825	2,786	2,753	2,723
18	5,978	4,560	3,954	3,608	3,382	3,221	3,100	3,005	2,929	2,866	2,814	2,769	2,730	2,696	2,667
19	5,922	4,508	3,903	3,559	3,333	3,172	3,051	2,956	2,880	2,817	2,764	2,720	2,681	2,647	2,617
20	5,872	4,461	3,859	3,515	3,289	3,128	3,007	2,913	2,837	2,774	2,721	2,676	2,637	2,603	2,573
24	5,717	4,319	3,721	3,379	3,155	2,995	2,874	2,779	2,703	2,640	2,587	2,541	2,502	2,468	2,437
30	5,568	4,182	3,589	3,250	3,026	2,867	2,746	2,651	2,575	2,511	2,458	2,412	2,372	2,338	2,307
40	5,424	4,051	3,463	3,126	2,904	2,744	2,624	2,529	2,452	2,388	2,334	2,288	2,248	2,213	2,182
50	5,340	3,975	3,390	3,054	2,833	2,674	2,553	2,458	2,381	2,317	2,263	2,216	2,176	2,140	2,109
60	5,286	3,925	3,342	3,008	2,786	2,627	2,507	2,412	2,334	2,270	2,216	2,169	2,129	2,093	2,061
100	5,179	3,828	3,250	2,917	2,696	2,537	2,417	2,321	2,244	2,179	2,124	2,077	2,036	2,000	1,968
120	5,152	3,805	3,227	2,894	2,674	2,515	2,395	2,299	2,222	2,157	2,102	2,055	2,014	1,977	1,945
150	5,126	3,781	3,204	2,872	2,652	2,494	2,373	2,278	2,200	2,135	2,080	2,032	1,991	1,955	1,922
200	5,100	3,758	3,182	2,850	2,630	2,472	2,351	2,256	2,178	2,113	2,058	2,010	1,969	1,932	1,900
inf	5,024	3,689	3,116	2,786	2,566	2,408	2,288	2,192	2,114	2,048	1,993	1,945	1,903	1,866	1,833

n2 / n1	16	17	18	19	20	24	30	40	50	60	100	120	150	200	inf
1	986,9	988,7	990,3	991,8	993,1	997,2	1001,	1006,	1008,	1010,	1013,	1014,	1015,	1016,	1020,
2	39,44	39,44	39,44	39,45	39,45	39,46	39,46	39,47	39,48	39,48	39,49	39,49	39,49	39,49	39,53
3	14,23	14,21	14,20	14,18	14,17	14,12	14,08	14,04	14,01	13,99	13,96	13,95	13,94	13,93	13,89
4	8,633	8,611	8,593	8,576	8,560	8,511	8,461	8,411	8,381	8,361	8,319	8,309	8,299	8,288	8,264
5	6,403	6,381	6,362	6,344	6,329	6,278	6,227	6,175	6,144	6,123	6,080	6,069	6,058	6,048	6,017
6	5,244	5,222	5,202	5,184	5,168	5,117	5,065	5,013	4,980	4,959	4,915	4,904	4,893	4,882	4,850
7	4,543	4,521	4,501	4,483	4,467	4,415	4,362	4,309	4,276	4,254	4,210	4,199	4,188	4,176	4,142
8	4,076	4,054	4,034	4,016	4,000	3,947	3,894	3,840	3,807	3,784	3,739	3,728	3,717	3,705	3,670
9	3,744	3,722	3,702	3,683	3,667	3,614	3,560	3,505	3,472	3,449	3,403	3,392	3,380	3,368	3,333
10	3,496	3,474	3,453	3,435	3,419	3,365	3,311	3,255	3,221	3,198	3,152	3,140	3,128	3,116	3,080
11	3,304	3,282	3,261	3,243	3,226	3,172	3,118	3,061	3,027	3,004	2,956	2,944	2,932	2,920	2,883
12	3,152	3,129	3,108	3,090	3,073	3,019	2,963	2,906	2,871	2,848	2,800	2,787	2,775	2,763	2,725
13	3,027	3,004	2,983	2,965	2,948	2,893	2,837	2,780	2,744	2,720	2,671	2,659	2,646	2,634	2,595
14	2,923	2,900	2,880	2,861	2,844	2,789	2,732	2,674	2,638	2,614	2,565	2,552	2,539	2,526	2,487
15	2,836	2,813	2,792	2,773	2,756	2,701	2,644	2,585	2,549	2,524	2,474	2,461	2,448	2,435	2,395
16	2,761	2,738	2,717	2,698	2,681	2,625	2,568	2,509	2,472	2,447	2,396	2,383	2,370	2,357	2,316
17	2,697	2,673	2,652	2,633	2,616	2,560	2,502	2,442	2,405	2,380	2,329	2,315	2,302	2,289	2,247
18	2,640	2,617	2,596	2,576	2,559	2,503	2,445	2,384	2,347	2,321	2,269	2,256	2,242	2,229	2,187
19	2,591	2,567	2,546	2,526	2,509	2,452	2,394	2,333	2,295	2,270	2,217	2,203	2,190	2,176	2,133
20	2,547	2,523	2,501	2,482	2,464	2,408	2,349	2,287	2,249	2,223	2,170	2,156	2,142	2,128	2,085
24	2,411	2,386	2,365	2,345	2,327	2,269	2,209	2,146	2,107	2,080	2,024	2,010	1,995	1,981	1,935
30	2,280	2,255	2,233	2,213	2,195	2,136	2,074	2,009	1,968	1,940	1,882	1,866	1,851	1,835	1,787
40	2,154	2,129	2,107	2,086	2,068	2,007	1,943	1,875	1,832	1,803	1,740	1,724	1,708	1,691	1,637
50	2,081	2,056	2,033	2,012	1,993	1,931	1,866	1,796	1,752	1,721	1,656	1,639	1,621	1,603	1,545
60	2,033	2,008	1,985	1,964	1,944	1,882	1,815	1,744	1,699	1,667	1,599	1,581	1,563	1,543	1,482
100	1,939	1,913	1,890	1,868	1,849	1,784	1,715	1,640	1,592	1,558	1,483	1,463	1,442	1,420	1,347
120	1,916	1,890	1,866	1,845	1,825	1,760	1,690	1,614	1,565	1,530	1,454	1,433	1,411	1,388	1,310
150	1,893	1,867	1,843	1,821	1,801	1,736	1,665	1,588	1,538	1,502	1,423	1,402	1,379	1,355	1,271
200	1,870	1,844	1,820	1,798	1,778	1,712	1,640	1,562	1,511	1,474	1,393	1,370	1,346	1,320	1,229
inf	1,803	1,776	1,751	1,729	1,709	1,640	1,566	1,484	1,428	1,388	1,296	1,268	1,239	1,205	1,000

TABLA 17 DISTRIBUCION t DE TU KEY

En la prueba de Tuckey se comparan las medias muestrales de todos los tratamientos en consideración.
Para aplicarla se debe conocer:

A) Número de tratamientos
B) Valor y grados de libertad del cuadrado medio del error experimental.
C) Número de repeticiones para cada tratamiento

El valor tuk provisto por la tabla permite calcular el valor crítico o límite Δtuk con el cual se puede inferir si existen diferencias significativas entre las medias poblacionales de los tratamientos.

* Descripción :

La primer columna corresponde a los grados de libertad (g.l.) del error experimental, y la primera fila tiene el número total de tratamientos que se están comparando.
El cuerpo de la tabla provee los valores de "tuk".

* Uso de la tabla:

Ejemplo 1)

Se tienen seis tratamientos con cinco repeticiones en cada uno de ellos, un CMee =14,2 con 24 grados de libertad , y se desea saber si existen diferencias entre tratamientos.
Se selecciona un nivel de significación del 5%. Las medias obtenidas para cada tratamiento son:
$\bar{Y}_1 = 45$; $\bar{Y}_2 = 48$; $\bar{Y}_3 = 42$; $\bar{Y}_4 = 50$; $\bar{Y}_5 = 44$; $\bar{Y}_6 = 53$

a) Se busca la tabla que corresponde al nivel de significación elegido ($\alpha = 0,05$)
b) En la primer columna se busca la fila correspondiente a los g.l. 24, y en la primer fila, la columna del número total de tratamientos.(6) .
En la intersección tenemos el valor tuk = 3,09
c) Se calcula el valor límite o crítico

$$\Delta \text{tuk} = \text{tuk}\sqrt{\frac{2\,\text{CMee}}{r}} = 3,09\sqrt{\frac{2.14,2}{5}} = 7,36$$

d) Se ordenan los valores de todas las medias de tratamiento como primera fila y primera columna de una tabla de doble entrada; en una, de menor a mayor, y en la otra de mayor a menor.
Se calculan las diferencias entre los valores de la fila y la columna correspondiente.

MEDIAS DE TRATAMIENTOS						
Ordenadas de mayor a menor	Ordenadas de menor a mayor					
	42	44	45	48	50	53
53	11*	9*	8*	5	3	-
50	8*	6	5	2	-	-
48	6	4	3	-	-	-
45	3	1	-	-	-	-
44	2	-	-	-	-	-
42	-	-	-	-	-	-

e) Se marcan(puede ser con una *)las diferencias que superan el valor crítico Δ tuk=7,36 en valor absoluto . Se considera que las medias poblacionales de los tratamientos correspondientes a cada valor marcado difieren significativamente (con un nivel de significación del 0,05).

Ejemplo 2)

Se desea calcular el valor tuk en un experimento con:

a) 7 tratamientos
b) 5 repeticiones por tratamiento
c) CMee = 14,2
d) 28 gl del error experimental
e) Nivel de significación α = 0,05

En la tabla no figuran 28 gl sino 24 y 30. El valor tuk para este caso debe obtenerse interpolando armónicamente los valores contiguos.

g.l.	tuk
24	4,54
30	4,46

para la interpolación

g.l	tuk
1/24	4,54
1/30	4,46

gl= 1/24 - 1/30 = 1/120
tuk= 4,54 -4,46 = 0,08

Δ = 1/24 - 1/28 = 1/168

TABLA 17 - PRUEBA DE TUKEY: tuk(Q=0.01/nt,gle)

gle / nt	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	63,66	95,46	116,18	131,24	142,98	152,59	160,65	167,58	173,67	179,04
2	7,10	13,45	15,76	17,48	18,83	19,94	20,88	21,69	22,41	23,04
3	5,84	7,51	8,61	9,43	10,07	10,61	11,06	11,46	11,80	12,11
4	4,60	5,74	6,48	7,04	7,48	7,85	8,17	8,44	8,68	8,89
5	4,03	4,94	5,52	5,95	6,30	6,59	6,84	7,05	7,24	7,41
6	3,71	4,48	4,97	5,35	5,64	5,88	6,09	6,27	6,43	6,58
7	3,50	4,19	4,62	4,96	5,21	5,43	5,61	5,78	5,91	6,05
8	3,36	3,99	4,38	4,68	4,92	5,12	5,28	5,43	5,56	5,68
9	3,25	3,84	4,21	4,49	4,71	4,89	5,04	5,18	5,30	5,41
10	3,17	3,73	4,08	4,34	4,55	4,72	4,86	4,99	5,10	5,20
11	3,10	3,64	3,97	4,22	4,42	4,58	4,72	4,84	4,94	5,04
12	3,05	3,57	3,89	4,13	4,31	4,47	4,60	4,72	4,82	4,91
13	3,01	3,51	3,82	4,05	4,23	4,38	4,50	4,62	4,72	4,80
14	2,98	3,46	3,76	3,98	4,16	4,30	4,43	4,53	4,62	4,71
15	2,95	3,42	3,71	3,93	4,10	4,24	4,36	4,46	4,55	4,63
16	2,92	3,39	3,67	3,88	4,04	4,19	4,30	4,40	4,49	4,57
17	2,90	3,35	3,63	3,84	4,00	4,14	4,25	4,35	4,43	4,51
18	2,88	3,32	3,60	3,80	3,96	4,09	4,20	4,30	4,38	4,46
19	2,86	3,30	3,57	3,77	3,92	4,05	4,16	4,26	4,34	4,42
20	2,84	3,28	3,55	3,74	3,90	4,02	4,13	4,22	4,31	4,38
24	2,80	3,22	3,47	3,66	3,80	3,92	4,02	4,11	4,19	4,26
30	2,75	3,15	3,39	3,57	3,71	3,82	3,92	4,00	4,07	4,14
40	2,70	3,09	3,32	3,49	3,61	3,72	3,81	3,89	3,96	4,02
60	2,66	3,03	3,25	3,41	3,53	3,63	3,71	3,79	3,85	3,91
120	2,62	2,97	3,18	3,33	3,44	3,54	3,62	3,68	3,75	3,80
inf	2,57	2,91	3,11	3,25	3,37	3,45	3,53	3,59	3,65	3,70

gle / nt	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	183,85	188,23	192,19	195,87	199,26	202,44	205,34	208,10	210,72
2	23,62	24,13	24,61	25,05	25,46	25,83	26,18	26,52	26,83
3	12,40	12,65	12,88	13,10	13,30	13,48	13,66	13,82	13,98
4	9,08	9,26	9,42	9,57	9,71	9,84	9,96	10,07	10,18
5	7,57	7,70	7,83	7,95	8,06	8,17	8,26	8,35	8,44
6	6,70	6,82	6,94	7,04	7,13	7,22	7,30	7,38	7,45
7	6,16	6,26	6,36	6,45	6,53	6,61	6,69	6,75	6,82
8	5,78	5,88	5,97	6,05	6,12	6,19	6,26	6,32	6,39
9	5,50	5,59	5,68	5,75	5,82	5,89	5,95	6,00	6,06
10	5,30	5,37	5,45	5,52	5,59	5,65	5,71	5,76	5,82
11	5,13	5,20	5,28	5,35	5,41	5,47	5,52	5,57	5,62
12	4,99	5,07	5,13	5,20	5,26	5,32	5,37	5,42	5,47
13	4,88	4,96	5,02	5,08	5,14	5,20	5,25	5,29	5,34
14	4,79	4,86	4,92	4,99	5,04	5,09	5,14	5,18	5,23
15	4,71	4,78	4,84	4,90	4,95	5,00	5,05	5,09	5,13
16	4,64	4,71	4,77	4,82	4,88	4,93	4,97	5,01	5,06
17	4,58	4,65	4,71	4,76	4,82	4,86	4,91	4,95	4,99
18	4,53	4,60	4,65	4,71	4,76	4,81	4,84	4,89	4,93
19	4,48	4,55	4,60	4,65	4,71	4,75	4,79	4,84	4,87
20	4,44	4,50	4,56	4,61	4,66	4,71	4,74	4,79	4,82
24	4,32	4,38	4,43	4,48	4,52	4,56	4,60	4,64	4,67
30	4,19	4,25	4,30	4,34	4,38	4,43	4,46	4,50	4,53
40	4,07	4,12	4,17	4,21	4,26	4,29	4,33	4,36	4,39
60	3,96	4,01	4,05	4,09	4,13	4,16	4,19	4,22	4,25
120	3,85	3,89	3,93	3,97	4,00	4,04	4,07	4,09	4,12
inf	3,74	3,78	3,82	3,85	3,88	3,92	3,94	3,97	4,00

PRUEBA DE TUKEY tuk(Q=0.05/nt,gle)

gle / nt	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	12,71	19,08	23,21	26,22	28,57	30,49	32,10	33,49	34,78	35,77
2	4,30	5,89	6,93	7,69	8,30	8,80	9,21	9,57	9,89	10,18
3	3,18	4,18	4,82	5,30	5,69	6,00	6,26	6,49	6,69	6,87
4	2,78	3,56	4,07	4,45	4,74	4,99	5,20	5,37	5,54	5,68
5	2,57	3,25	3,69	4,01	4,26	4,48	4,65	4,81	4,94	5,07
6	2,45	3,07	3,46	3,75	3,98	4,17	4,33	4,47	4,59	4,70
7	2,36	2,94	3,31	3,58	3,79	3,97	4,12	4,24	4,36	4,45
8	2,31	2,86	3,20	3,46	3,66	3,82	3,96	4,08	4,19	4,28
9	2,26	2,79	3,12	3,37	3,55	3,71	3,84	3,95	4,06	4,15
10	2,23	2,74	3,06	3,29	3,47	3,62	3,75	3,86	3,96	4,04
11	2,20	2,70	3,01	3,23	3,41	3,56	3,68	3,78	3,88	3,97
12	2,18	2,67	2,97	3,19	3,36	3,50	3,62	3,73	3,81	3,90
13	2,16	2,64	2,93	3,15	3,32	3,45	3,57	3,67	3,76	3,84
14	2,14	2,62	2,91	3,12	3,28	3,42	3,53	3,63	3,71	3,79
15	2,13	2,60	2,88	3,09	3,25	3,38	3,49	3,59	3,68	3,75
16	2,12	2,58	2,86	3,06	3,22	3,35	3,46	3,56	3,64	3,72
17	2,11	2,57	2,84	3,04	3,20	3,32	3,44	3,53	3,61	3,68
18	2,10	2,55	2,83	3,03	3,17	3,30	3,41	3,51	3,59	3,66
19	2,09	2,54	2,81	3,01	3,16	3,29	3,39	3,48	3,56	3,63
20	2,09	2,53	2,80	2,99	3,15	3,27	3,37	3,46	3,54	3,61
24	2,06	2,50	2,76	2,95	3,09	3,21	3,31	3,40	3,48	3,54
30	2,04	2,47	2,72	2,90	3,04	3,15	3,25	3,34	3,41	3,48
40	2,02	2,43	2,68	2,86	2,99	3,10	3,20	3,27	3,34	3,41
60	2,00	2,40	2,64	2,81	2,94	3,05	3,14	3,22	3,29	3,34
120	1,98	2,38	2,60	2,77	2,90	3,00	3,08	3,16	3,22	3,28
inf	1,96	2,34	2,57	2,73	2,85	2,95	3,03	3,10	3,16	3,22

gle / nt	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	36,74	37,62	38,42	39,15	39,82	40,46	41,04	41,60	42,12
2	10,43	10,66	10,88	11,07	11,25	11,41	11,58	11,72	11,86
3	7,04	7,18	7,32	7,44	7,56	7,67	7,76	7,86	7,95
4	5,81	5,92	6,02	6,12	6,22	6,30	6,39	6,46	6,53
5	5,18	5,28	5,37	5,46	5,54	5,61	5,69	5,74	5,81
6	4,80	4,89	4,97	5,05	5,12	5,19	5,25	5,31	5,37
7	4,55	4,63	4,71	4,78	4,84	4,91	4,96	5,02	5,07
8	4,37	4,45	4,52	4,58	4,65	4,70	4,76	4,81	4,86
9	4,23	4,31	4,38	4,44	4,50	4,55	4,60	4,65	4,70
10	4,12	4,19	4,26	4,32	4,38	4,43	4,48	4,53	4,57
11	4,04	4,11	4,17	4,23	4,29	4,33	4,38	4,43	4,48
12	3,97	4,04	4,10	4,16	4,21	4,26	4,31	4,35	4,39
13	3,91	3,98	4,04	4,09	4,14	4,19	4,24	4,28	4,32
14	3,86	3,92	3,99	4,04	4,09	4,14	4,18	4,22	4,26
15	3,82	3,88	3,94	4,00	4,04	4,09	4,14	4,17	4,21
16	3,78	3,85	3,90	3,95	4,00	4,05	4,09	4,13	4,17
17	3,75	3,81	3,87	3,92	3,97	4,01	4,05	4,09	4,13
18	3,73	3,78	3,84	3,89	3,94	3,98	4,02	4,06	4,09
19	3,70	3,75	3,81	3,86	3,91	3,95	4,00	4,03	4,07
20	3,68	3,73	3,79	3,84	3,88	3,92	3,97	4,00	4,04
24	3,61	3,66	3,71	3,76	3,80	3,85	3,88	3,92	3,95
30	3,54	3,59	3,64	3,68	3,73	3,77	3,80	3,84	3,87
40	3,46	3,52	3,56	3,61	3,65	3,69	3,73	3,75	3,79
60	3,40	3,45	3,49	3,54	3,58	3,61	3,64	3,68	3,71
120	3,33	3,38	3,42	3,46	3,50	3,54	3,56	3,60	3,63
inf	3,27	3,31	3,35	3,39	3,43	3,46	3,49	3,51	3,54